

Lista de Exercícios - Revisão:

Derivadas, Pontos Extremos e Técnicas de Integração

1. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é dada por

(a) $e^x \cdot \sin x \cdot \cos x$ R. $f'(x) = e^x [\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x]$

(b) $e^x \cdot \tan x \cdot (1 + \sqrt{x})$ R. $f'(x) = e^x \left[\frac{\tan x}{2\sqrt{x}} + (1 + \sqrt{x})(\tan x + \sec^2 x) \right]$

2. Suponha g derivável e $n \in \mathbb{Z}^*$. Verifique as identidades abaixo:

(a) $[e^{g(x)}]' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$

(b) $[\log g(x)]' = \frac{g'(x)}{g(x)}$

(c) $[\cosh g(x)]' = \sinh g(x) \cdot g'(x)$

(d) $[\sinh g(x)]' = \cosh g(x) \cdot g'(x)$

(e) $\left[(g(x))^{\frac{1}{n}} \right]' = \frac{1}{n} (g(x))^{\frac{1}{n}-1} \cdot g'(x)$

3. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é dada por

(a) $e^{\sin x}$ R. $f'(x) = e^{\sin x} \cos x$

(b) $\sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$ R. $f'(x) = \frac{2}{3(x+1)^2} \sqrt[3]{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2}$

(c) $\log(x^2 + 3x + 9)$ R. $f'(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+9}$

(d) $\log(\sec x + \tan x)$ R. $f'(x) = \sec x$

(e) $\cos^3 x^3$ R. $f'(x) = -9x^2 \cos^2 x^3 \sin x^3$

(f) $\frac{x e^{2x}}{\log(3x+1)}$ R. $f'(x) = e^{2x} \cdot \frac{(1+2x) \log(3x+1) - \frac{3x}{3x+1}}{[\log(3x+1)]^2}$

(g) $\sinh e^{2x}$ R. $f'(x) = \cosh e^{2x} \cdot e^{2x} \cdot 2$

4. Esboce o gráfico das seguintes funções.

(a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

(b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

(c) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

(d) $f(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$

(e) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

(f) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-x-2}$

5. Encontre dois números reais x e y tais que a sua soma seja 50 e o seu produto seja o maior possível. Resp.: $x = 25 = y$

6. Encontre a maior área que um retângulo de perímetro igual a 200m pode possuir. Resp.: 2500m^2

7. A soma de dois números positivos é 48. Qual o menor valor possível para a soma de seus quadrados? Resp.: 1152

8. Qual a maior área possível para um retângulo cuja diagonal mede 16m? Resp.: 128m^2

9. Calcule (utilizando uma mudança de variável conveniente):

(a) $\int \frac{1}{(3x-2)^2} dx$ Resp.: $-\frac{1}{3(3x-2)}$

(b) $\int x \sin x^2 dx$ Resp.: $-\frac{1}{2} \cos x^2$

(c) $\int x^2 e^{x^3} dx$ Resp.: $\frac{1}{3} e^{x^3}$

(d) $\int x^3 \cos x^4 dx$ Resp.: $\frac{1}{4} \sin x^4$

(e) $\int \frac{x}{(1+4x^2)^2} dx$ Resp.: $-\frac{1}{8(1+4x^2)}$

(f) $\int e^x \sqrt{1+e^x} dx$ Resp.: $\frac{2}{3} \sqrt{(1+e^x)^3}$

(g) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ Resp.: $-\frac{1}{\cos x}$

10. Calcule (por partes):

(a) $\int x e^x dx$ Resp.: $(x-1)e^x$

(b) $\int x \sin x dx$ Resp.: $-x \cos x + \sin x$

(c) $\int x^2 e^x dx$ Resp.: $e^x(x^2 - 2x + 2)$

(d) $\int x \log x dx$ Resp.: $\frac{x^2}{2} (\log x - \frac{1}{2})$

(e) $\int x e^{2x} dx$ Resp.: $\frac{1}{2} e^{2x} (x - \frac{1}{2})$

(f) $\int e^{-2x} \sin x dx$ Resp.: $-\frac{1}{5} e^{-2x} (2 \sin x + \cos x)$

(g) $\int x^3 e^{x^2} dx$ Resp.: $\frac{1}{2} (x^2 - 1) e^{x^2}$

(h) $\int x^2 \sin x dx$ Resp.: $-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x$

11. Calcule (utilizando uma substituição trigonométrica conveniente):

(a) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2-9}} dx$ Resp.: $\frac{\sqrt{x^2-9}}{9x}$

(b) $\int x^3 \sqrt{9-x^2} dx$ Resp.: $\frac{\sqrt{(9-x^2)^5}}{5} - 3\sqrt{(9-x^2)^3}$

(c) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+9}} dx$ Resp.: $\frac{1}{3} (x^2 - 18) \sqrt{x^2 + 9}$

(d) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{25-x^2}} dx$ Resp.: $-\frac{\sqrt{25-x^2}}{25x}$

(e) $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^3} dx$ Resp.: $\frac{1}{6} \arccos \frac{3}{x} - \frac{\sqrt{x^2-9}}{2x^2}$

(f) $\int \sqrt{5+4x-x^2} dx$ Resp.: $\frac{9}{2} \arcsin \left(\frac{x-2}{3}\right) + \frac{1}{2} (x-2) \sqrt{5+4x-x^2}$

(g) $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2+6x-8}} dx$ Resp.: $\frac{1}{3} \log (3x+1+\sqrt{9x^2+6x-8})$