

**PRIMEIRA PROVA DE ESTRUTURAS ALGÉBRICAS**  
**(27/04/2005)**

DANIEL SMANIA

**Exercício 1.** (2pt) Encontre a casa das unidades de  $3^{58}$ .

**Exercício 2.** (2pt) Mostre que  $\text{mdc}(a, b) = \text{mdc}(a + bc, a + b(c - 1))$  para todo  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .

**Exercício 3.** Considere relações abaixo sobre o conjunto  $E = \{a, b, c\}$ :

- $R_1 = \{(a, b), (b, b), (c, a)\}$ .
- $R_2 = \{(a, a), (a, c), (c, c), (b, b), (c, a)\}$ .
- $R_3 = \{(a, b), (a, a), (c, c)\}$ .
- $R_4 = \{(a, a), (c, c), (a, c), (c, b), (b, b)\}$ .
- $R_5 = \{(a, a), (b, b)\}$ .
- $R_6 = \{(a, b), (b, c), (a, c)\}$ .
- $R_7 = \{(a, c), (c, a), (a, a), (c, c)\}$ .

- A. (1pt) Diga quais destas relações é reflexiva, simétrica, anti-simétrica, transitiva.
- B. (1pt) Algumas destas relações é uma função de  $E$  em  $E$ ? Alguma delas é uma relação de equivalência em  $E$ ? Alguma delas é uma ordem parcial? ordem total?

**Exercício 4.** (2pt) Encontre a relação de equivalência associada à seguinte partição

$$\{\{a, b, c\}, \{d\}, \{e, f\}\}$$

**Exercício 5.** (2pt) Considere a seguinte relação  $R$  sobre  $\mathbb{R}^2$ :  $(a, b)R(c, d)$  se e somente se  $c - a = d - b$ .

- A. Mostre que  $R$  é uma relação de equivalência.
- B. Qual é a classe de equivalência do ponto  $(5, 5)$ ? Qual é a interpretação geométrica deste conjunto?

**Exercício 6.** (2pt) Mostre por indução que

$$5^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3}$$

para todo  $k \in \mathbb{N}$ .

URL: [www.icmc.usp.br/~smania/](http://www.icmc.usp.br/~smania/)