

Cálculo II

Lista 03: Limite, Continuidade e Conjuntos de Nível

Professor: Paulo Leandro Dattori da Silva

Bolsista PAE: Ana Paula Tremura Galves

1. Determine o domínio das funções dadas e represente graficamente:

- (a) $f(x, y) = \sqrt{x + y}$
- (b) $f(x, y) = \frac{3x + 5y}{x^2 + y^2 - 4}$
- (c) $f(x, y) = xy\sqrt{x^2 + y}$
- (d) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \ln(4 - x^2 - y^2)$
- (e) $f(x, y) = \sqrt{y - x^2} + \sqrt{2x - y}$
- (f) $f(x, y) = \ln(2x^2 + y^2 - 1)$
- (g) $f(x, y, z) = \ln(16 - 4x^2 - 4y^2 - z^2)$

2. Calcule o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe:

- (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$
- (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{8x^2y^2}{x^4 + y^4}$
- (c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + xy^2}{x^2 + y^2}$
- (d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$
- (e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy - 2y}{x^2 + y^2 - 4x + 4}$
- (f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 - y^2}$
- (g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
- (h) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$
- (i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \cos(y)}{3x^2 + y^2}$
- (j) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \text{sen}^2(y)}{x^2 + 2y^2}$

3. Determine o conjunto dos pontos de continuidade das funções:

- (a) $f(x, y) = \frac{\text{sen}(xy)}{e^x - y^2}$
- (b) $f(x, y) = \frac{x - y}{1 + x^2 + y^2}$
- (c) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$

$$\begin{aligned}
 \text{(d)} \quad f(x, y) &= \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \\
 \text{(e)} \quad f(x, y) &= \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \\
 \text{(f)} \quad f(x, y) &= \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{2x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}
 \end{aligned}$$

4. Faça um esboço das curvas de nível da função

(a) $f(x, y) = xy$

(b) $f(x, y) = \frac{x}{y}$

(c) $f(x, y) = x^2 - y^2$

(d) $f(x, y) = x - y^2$

(e) $f(x, y) = \sqrt{x + y}$