$7^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios de SMA-332- Cálculo II

1. Calcule as seguintes integrais curvilíneas:

   - $\int_\gamma xdx + ydy$, onde $\gamma(t) = (t^2, sen(t)), 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
   - $\int_\gamma xdx - ydy$, onde $\gamma(t) = (1-t, 1-t) + (2t, 3t), 0 \leq t \leq 1$
   - $\int_\gamma xdx + ydy + zdz$, onde $\gamma(t) = (1-t, 2(1-t), 1-t), 0 \leq t \leq 1$

2. Seja γ a intersecção do parabolóide $z = x^2 + y^2$ com o plano $z = 2x + 2y - 1$. Assuma que o sentido de percurso de γ é tal que sua projeção no plano xy caminha no sentido anti-horario. Calcule:
$$\int_\gamma xdx + dy + 2dz$$

3. Seja γ a intersecção do primeiro octante da esfera $2 = x^2 + y^2 + z^2$ com o plano $y = x$. Assuma que o sentido de percurso de γ é do ponto $(0, 0, \sqrt{2})$ para o ponto $(1,\ 1,\ 0)$. Calcule:
$$\int_\gamma dx + xydy + zdz$$

4. Seja γ a intersecção do plano $y = x$ com a superfície $z = x^2 + y^2$. Assuma que o sentido de percurso de γ é do ponto $(-1, -1, 2)$ para o ponto $(1, 1, 2)$. Calcule:
$$\int_\gamma dx + ydy + dz$$

5. Seja γ a intersecção entre as superfícies $y = x^2$ e $x^2 + 4y^2 = 1$, com $x \geq 0$ e $y \geq 0$. Assuma que o o sentido de percurso de γ é do ponto $(1, 0, 0)$ para o ponto $(-1, 0, 0)$. Calcule:
$$\int_\gamma 2ydx + zdy + xdz$$

6. Seja γ a intersecção entre as superfícies $x^2 + z^2 = 1$ e $z = 2 - x^2 - y^2$, com $x \geq 0$, $y \geq 0, z \geq 0$. Assuma que o o sentido de percurso de γ é do ponto $(1, 1, 0)$ para o ponto $(0, 0, 2)$. Calcule:
$$\int_\gamma dx + dy + dz$$

7. Seja $\gamma(t) = (R\cos(t), R\sin(t))$, com $0 \leq t \leq 2\pi$ e $R > 0$. Mostre que o valor da seguinte integral não depende de R
$$\int_\gamma \frac{-y}{x^2 + y^2}dx + \frac{x}{x^2 + y^2}dy$$

8. Seja γ a fronteira do quadrado de vértices $(1, 1), (-1, 1), (-1, -1)$ e $(1, -1)$, orientada no sentido anti-horário. Calcule as seguintes integrais:
   - $\int_\gamma \sqrt[3]{x}dx + \frac{1}{1+y^2}dy$
   - $\int_\gamma (x + y^2)dy$

9. Seja γ a fronteira do triângulo de vértices $(0,0),(0,1)$ e $(1,2)$, orientada no sentido anti-horário. Calcule:
$$\int_\gamma (x-y)dx + e^{x+y}dy$$

10. Seja γ a poligonal de vértices $P_0=(0,0,0), P_1=(1,1,1)$ e $P_2=(1,1,0)$, orientada no sentido anti-horários. Calcule as seguintes integrais:
• $\int_\gamma y^2dx + xdy - dz$
• $\int_\gamma x^2dx + y^2dy + z^2dz$

11. Seja $\gamma : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$ uma curva C^1 por partes com imagem contida no semi-plano $y>0$ tal que $\gamma(0)=(1,1)$ e $\gamma(1)=(-2,3)$. Calcule:
$$\int_\gamma \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$$

12. Seja $\gamma : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$ uma curva tal que $\gamma(0)=(-1,0)$ e $\gamma(1)=(1,0)$. Calcule a integral
$$\int_\gamma \frac{x}{x^2+y^2}dx + \frac{y}{x^2+y^2}dy$$

13. Seja γ a curva no $\mathbb{R}^2$ dada por $\gamma(t)=(t^2-1, t^2+1), -1 \le t \le 1$. Calcule a seguinte integral:
$$\int_\gamma (\sin(xy) + xy\cos(xy))dx + (x^2\cos(xy))dy$$

14. Seja $\gamma : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ uma curva C^1 por partes com imagem contida no conjunto Ω dado por $\Omega = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2; y>0\} \cup \{(x,y)\in\mathbb{R}^2; x<0\}$. Suponha ainda que $\gamma(0)=(1,1)$, e $\gamma(1)=(-1,1)$. Calcule a seguinte integral:
$$\int_\gamma \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$$

15. Calcule a área da região limitada pela curva $\gamma(t)=(t-\sin(t), 1-\cos(t)), 0 \le t \le 2\pi$, e pelos eixos das abscissas.

16. Seja γ a fronteira do quadrado de vértices $(-1,0),(0,-1),(1,0),(0,1)$ orientada no sentido anti-horário. Calcule a integral:
$$\oint_\gamma (4x^3y^3)dx + (3x^4y^2+5x)dy$$

17. Suponha que γ é uma curva fechada no plano, C^1 por partes e fronteira de um conjunto $B \subseteq \mathbb{R}^2$ cujo interior contém o círculo $x^2+y^2 \le 1$. Calcule a seguinte integral:
$$\oint_\gamma \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$$