

2º Trabalho Prático - ENTREGAR DIA 28/11/2012 (Prova P2)

Considere o PVI de 2a. ordem:

$$\begin{aligned}y'' &= y + e^x, x \in [0, 1] \\y(0) &= 1 \\y'(0) &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

- i) Faça $h_j = 10^{-j}$, $j = 1, 2, 3$ e obtenha $y(x)$ pelo método de Euler. Esse processo é conhecido como refinamento da malha e espera-se que a solução numérica convirja para a solução analítica quando $h_j \rightarrow 0$ (ou seja quando o erro $(y(x_i) - y_i) \rightarrow 0$, qdo. $h_j \rightarrow 0$).
- ii) A solução exata desse PVI é dada por:

$$y(x) = \frac{1}{4} \left[e^x(1 + 2x) + 3e^x \right].$$

PERGUNTA: As soluções numéricas obtidas estão convergindo para a solução analítica? Justifique a sua resposta.

Sugestões:

1. Faça um gráfico mostrando a solução exata e as soluções numéricas obtidas.
2. Para cada solução numérica obtida, calcular o erro relativo:

$$E_{h_j} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_j} [y(x_i) - y_i^{h_j}]^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_j} y(x_i)^2}}$$

onde $y_i^{h_j}$ representa a solução obtida pelo método de EULER para cada valor de j , $y(x_i)$ é a solução analítica nos pontos $x_i = i * h_j$, $i = 1, 2, \dots, N_j$ e $N_j = 1/h_j$.

OBSERVAÇÕES:

1. O trabalho pode ser feito em grupo com até 3 alunos.
2. A avaliação do trabalho será feita conforme os itens:
 - i) português, estrutura do trabalho, estrutura do código (1 PONTO)
 - ii) introdução do trabalho (explicação do problema e do método numérico) (3 PONTOS)
 - iii) resultados (correção e detalhamento) (3 PONTOS)
 - iv) implementação (correção e adequação do código ao problema proposto) (3 PONTOS)