Janus Sistema Administrativo da Pós-Graduação

Relatório de Dados da Disciplina

Sigla: SMA5942 - 2 Tipo: POS
Nome: Geometria I
Área: Matemática (55135)

Datas de aprovação:
CCP: 15/06/2022 CPG: 28/06/2022 CoPGr:

Data de ativação: 28/06/2022 Data de desativação:

Carga horária:
Total: 120 h Teórica: 4 h Prática: 0 h Estudo: 4 h

Créditos: 8 Duração: 15 Semanas

Responsáveis:
3225073 - Carlos Alberto Maquera Apaza - 28/06/2022 até data atual
3586250 - Fernando Manfio - 28/06/2022 até data atual
7358631 - Carlos Henrique Grossi Ferreira - 28/06/2022 até data atual

Objetivos:

A disciplina tem por objetivo constituir uma introdução moderna e "funtorial" (ou "natural") aos métodos e resultados elementares da geometria diferencial. Inicialmente, são discutidos alguns aspectos básicos da topologia diferencial, incluindo ferramentas centrais (tais como, por exemplo, transversalidade, campos, fluxos e distribuições) e resultados importantes que as envolvem (tais como, por exemplo, os teoremas de Sard, da transversalidade paramétrica, da homotopia à transversalidade e de Frobenius). Em seguida, são apresentados aspectos introdutórios e essenciais da teoria de grupos de Lie (apenas o necessário para o estudo de um dos principais objetos da geometria diferencial, os fibrados principais). Por fim, são introduzidos fibrados vetoriais e principais, bem como os conceitos de conexão, curvatura e holonomia. O cálculo de Cartan é apresentado e utilizado como ferramenta na demonstração do teorema de Ambrose-Singer, o qual descreve explicitamente a relação entre holonomia e curvatura e constitui um dos resultados centrais do curso.

Justificativa:

A disciplina contém aspectos da topologia diferencial que são ubíquos na Matemática e, portanto, essenciais na formação geral de estudantes. Além disso, uma abordagem da geometria diferencial via fibrados principais é muito desejável, pois viabiliza, via escolha de diferentes grupos estruturais, o estudo posterior de várias áreas da geometria, tais como as geometrias riemanniana, kähleriana, hiperkähleriana, simplética, dentre outras.

Conteúdo:

I. Variedades suaves: Variedades suaves, aplicações suaves entre variedades suaves, germes de funções suaves, o isomorfismo natural V ~ TpV para um espaço linear V (onde TpV denota o espaço de derivações lineares sobre germes em um ponto p de V de funções suaves reais definidas em V), espaço tangente a uma variedade suave M em um ponto p e o funtor Tp, fibrado tangente e o funtor T, espaço tangente via curvas suaves, subvariedades e mergulhos, produto, o funtor T preserva produtos, retrato suave de variedade é variedade, submersão e variedades fibradas (com propriedade universal), imersões, subvariedades iniciais.
II. Espaços projetivos e Geometria projetiva: Espaços projetivos. Subespaços projetivos, retas projetivas. Topologia do plano projetivo real. A decomposição P_n = An U Pn-1 e a escolha do infinito. Dualidade projetiva. Transformações projetivas. A linha projetiva complexa. Grassmannianas. Fibrados tautológicos.
III. Transversalidade: Funções transversais entre variedades suaves. Pullbacks transversais na categoria de variedades suaves. Valores regulares. Teorema de Sard. Teorema da transversalidade paramétrica. Teorema de homotopia à transversalidade.
IV. Campos, fluxos e distribuições: Campos de vetores, colchete de Lie, curvas integrais, fluxo de um campo, campos f-relacionados, derivada de Lie de funções, derivada de Lie de campos, distribuições e variedades integrais, distribuições integráveis e folheações, distribuições involutivas. Teorema de Frobenius (para distribuições não necessariamente de

Gerado em 28/08/2022 11:50:56

Janus Sistema Administrativo da Pós-Graduação

Relatório de Dados da Disciplina

posto constante).
V. Grupos de Lie: Grupos de Lie. Os grupos clássicos. Campos invariantes. Álgebras de Lie. Subgrupos uniparamétricos. Aplicação exponencial e naturalidade. Homomorfismo contínuo entre grupos de Lie é suave. Homomorfismo bijetivo entre grupos de Lie é difeomorfismo. Representação adjunta. Subgrupos de Lie. Subgrupo correspondendo à subálgebra. Homomorfismo local entre grupos de Lie determinado por homomorfismo entre álgebras de Lie. Subgrupo fechado de um grupo de Lie e subgrupo de Lie e subvariedade. Ações de grupos de Lie. Espaços homogêneos.
VI. Fibrados vetoriais: Fibrados vetoriais. Seções. Homomorfismo de fibrados vetoriais. Funções de transição e relações de cociclo. Subfibrados vetoriais. Funtores suaves. Pullback de fibrados vetoriais. Primeiro e segundo fibrados tangentes de um fibrado vetorial. Derivada de Lie no contexto de fibrados vetoriais.
VII. Formas diferenciais: Formas diferenciais. Derivada de Lie de formas diferenciais. O operador de inserção. Derivada exterior. Fórmula mágica de Cartan e outras relações desta natureza. Introdução ao cálculo de Cartan.
VIII. Fibrados e conexões: Fibrados e conexões. Curvatura. Transporte paralelo. Grupos de holonomia e álgebras de Lie. Teorema de Ambrose-Singer. Fibrados principais e G-fibrados. Fibrados associados. Grupo de gauge. Conexões principais e induzidas. Derivada covariante. Conexões lineares. Conexão Riemanniana.

Bibliografia:

1. AUDIN, M. Geometry. Berlin: Springer, 2003.
2. KOLAR, I., MICHOR, PW., and SLOVACK, J. Natural operations in differential geometry. Berlim: Springer, 1993.
3. LEE, JM. Introduction to smooth manifolds. New York: Springer, 2006.

Forma de avaliação:

Avaliações escritas.

Observacão:

Forma de oferecimento
Apenas presencial

Tipo de oferecimento da disciplna: Presencial

Gerado em 28/08/2022 11:50:56