Lista 9
Geometria Riemanniana – SMA5947
Prof. Fernando Manfio

Assunto: Recobrimentos Riemannianos

1. Mostre que $\pi\colon (-1,1) \to \mathbb{S}^1$, definida por $\pi(t) = e^{2\pi i t}$, não é uma aplicação de recobrimento.

2. Dado uma aplicação de recobrimento $\pi : \tilde{M} \to M$, mostre que $\pi(U)$ é aberto em M, qualquer que seja o aberto U em $\tilde{M}$. Em particular, π é um homeomorfismo se, e somente se, π é injetora.

3. Se $\pi\colon \tilde{M} \to M$ é um difeomorfismo local, com $\tilde{M}$ compacta, mostre que π é uma aplicação de recobrimento. O mesmo vale se $\tilde{M}$ for completa e não-compacta?

4. Seja $\pi\colon \tilde{M} \to M$ um difeomorfismo local entre variedades Riemannianas tal que

$$\|\mathrm{d}\pi(\tilde{p}) \cdot v\| \geq \epsilon \|v\|,$$

para quaisquer $\tilde{p} \in \tilde{M}$ e $v \in T_{\tilde{p}}\tilde{M}$. Se $\tilde{M}$ é completa, mostre que π é recobrimento Riemanniano.