Lista 7
Geometria Riemanniana – SMA5947
Prof. Fernando Manfio

Assunto: A estrutura de espaço métrico

1. Dado uma curva diferenciável $\gamma : I \to M$, com $\gamma'(t) \neq 0$, para todo $t \in I$, considere as hipersuperfícies

$$M_t = \{\exp_{\gamma(t)}(v) : v \in T_{\gamma(t)}M,\ \|v\| = const,\ \langle v, \gamma'(t)\rangle = 0\}.$$

Mostre que, para cada vetor $v \in T_{\gamma(t)}M$, satisfazendo $\langle v, \gamma'(t)\rangle = 0$, a geodésica $s \mapsto \exp_{\gamma(t)}(s \cdot v)$ é ortogonal às hipersuperfícies M_t.

2. Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ um subconjunto aberto e conexo. Uma *superfície parametrizada* em uma variedade Riemanniana M é simplesmente uma aplicação diferenciável $f : A \to M$. Se (x, y) denotam as coordenadas usuais de $\mathbb{R}^2$, mostre que

$$\frac{D}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{D}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial x}.$$