

**Lista 4**  
SMA0353 – Cálculo I  
Prof. Fernando Manfio

**Assunto:** Teorema do confronto e limite fundamental

1. Seja  $f$  uma função definida em  $\mathbb{R}$  tal que

$$3x - x^2 \leq f(x) < \frac{x^2 - 1}{x - 1}, \quad x \neq 1.$$

Calcule  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  e justifique.

2. Seja  $f$  uma função definida em  $\mathbb{R}$  tal que  $|f(x) - 3| \leq 2|x - 1|$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ . Calcule  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  e justifique.

3. Suponha que  $|g(x)| \leq x^4$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ . Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ .

4. Prove que  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$  não existe.

5. Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x}$ .

6. Seja  $f$  uma função definida em  $\mathbb{R}$  e suponha que exista uma constante  $M > 0$  tal que

$$|f(x) - f(p)| \leq M|x - p|^2,$$

para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

(a) Prove que  $f$  é contínua em  $p$ .

(b) Calcule, caso exista,  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$ .

7. Dê exemplo de uma função  $f$  tal que  $\lim_{x \rightarrow p} |f(x)|$  existe, mas  $\lim_{x \rightarrow p} f(x)$  não existe.

8. Calcule os seguintes limites.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sin x \tan x}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x^2 - \sin x}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x + \tan x}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^2}$$

9. Prove que existe  $r > 0$  tal que

$$\cos x - 1 < \frac{\sin x}{x} - 1 < 0,$$

para  $0 < |x| < r$ .

10. Calcule os seguintes limites.

$$(a) \lim_{x \rightarrow p} \frac{\sin x - \sin p}{x - p}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow p} \frac{\cos x - \cos p}{x - p}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow p} \frac{\tan x - \tan p}{x - p}$$