

Lista 10
Cálculo III – SMA0393
Prof. Fernando Manfio

Assunto: Mudança de Variáveis em Integrais Múltiplas

1. Utilizando coordenadas cilíndricas, calcule o volume do sólido S determinado pelas equações

$$x^2 + y^2 - 2x \leq 0, \quad 0 \leq z \leq x + y, \quad x \geq 0 \text{ e } y \geq 0.$$

Sugestão: Note que

$$x^2 + y^2 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 \leq 1.$$

Faça a mudança de variáveis:

$$x - 1 = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta, \quad z = z,$$

onde $(\rho, \theta, z) \in B$, com

$$B = \{(\rho, \theta, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ e } 0 \leq z \leq 1 + \rho \cos \theta + \rho \sin \theta\}.$$

Assim,

$$\text{vol}(S) = \iiint_S = \iiint_B \rho d\rho d\theta dz$$

Resposta: $\frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}$.