6ª Lista de Exercícios de Geometria Analítica

Professora: Maria Aparecida Soares Ruas *02 de maio de 2010*

Nos exercícios abaixo suponha fixado um sistema de coordenadas

Exercício 6.1

Dados os pontos A, B e C, escrever a equação vetorial, paramétrica e simétrica (se existir) da reta r, que passa pelo ponto A e tem direção do vetor $\vec{BC}$, para os seguintes casos:

a) $A = (3, 6, -7)$, $B = (-5, 2, 3)$, $C = (4, -7, -6)$

b) $A = (1, 0, 1)$, $B = (1, -1, 1)$, $C = (2, -1, -3)$

Verifique se o ponto $D = (3, 1, 4)$ pertence a alguma das retas acima.

Exercício 6.2

Encontre as equações paramétricas para a reta r, que passa pelo ponto $A = (2, 0, -3)$ e:

a) é paralela a reta

$$s : \frac{1-x}{5} = \frac{3y}{4} = \frac{z+3}{6}$$

b) é paralela a reta

$$s' : \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 4 + \lambda\,, \lambda \in R \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$$

Exercício 6.3

a) Dados $A = (0, 2, 1)$ e $r : X = (0, 2, -2) + \lambda(1, -1, 2)$, encontre os pontos da reta r que distam $\sqrt{3}$ do ponto A . Represente geometricamente a reta e os pontos encontrados.

b) Dada a reta

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} , \quad \lambda \in R$$

e os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 0, 1)$, encontre o ponto da reta r que é eqüidistante do ponto A e do ponto B.

Exercício 6.4

Sejam $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (0, 1, 1)$. Encontre um ponto C da reta PQ tal que a área do triângulo ABC seja $1/2$, em cada um dos casos abaixo:

a) $A = (1, 2, 1)$, $B = (1, 2, 3)$

b) $B = (1, 3, 2)$, $B = (2, 2, 2)$

Exercício 6.5

Encontre a equação vetorial e paramétrica para os planos descritos abaixo:

a) π passa pelos pontos $A = (1, 1, 0)$, $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2, 1, 0)$.

b) π passa pelos pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (3, -1, 1)$.

Exercício 6.6

Encontre as equações paramétricas e vetorial do plano π que passa pelo ponto $A = (1, 1, 2)$ e é paralelo ao plano $\alpha : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 2, -1) + \mu(2, 1, 0)$.

Exercício 6.7

Encontre a equação vetorial da reta r obtida da intersecção dos planos π_1 e π_2 onde

$\pi_1 : X = (1,0,0) + \lambda(0,1,1) + \mu(1,2,1)$

$$\pi_2 : \begin{cases} x = -2\mu \\ y = 3\lambda - \mu \\ z = -\mu \end{cases}$$

Exercício 6.8

Verifique se os planos π_1 e π_2 são iguais nos seguintes casos:

a) $$\pi_1 : \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = 1 + \lambda \\ z = 3 - \lambda + \mu \end{cases}$$

$$\pi_2 : \begin{cases} x = \alpha + \beta \\ y = 1 + 3\alpha - \beta \\ z = 1 - 5\alpha + 3\beta \end{cases}$$

Exercício 6.9

Verifique se a reta r está contida no plano π:

a) $r : x - 1 = 2y = 4 - z$ e $\pi : x + 2y - 2z + 1 = 0$

Exercício 6.10

Chamamos duas retas distintas de concorrentes se elas se intersectam. Sendo assim, verifique se as retas abaixo são concorrentes. Caso afirmativo encontre a equação geral do plano determinado por elas:

a) $$r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 1 + 4\mu \end{cases} \qquad s : \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{3} = \frac{2+z}{5}$$

b) $$r : \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = -3\lambda \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$$

Exercício 6.11

Dê uma equação geral do plano que passa pelo ponto $P = (1,0,1)$ e é perpendicular à reta $r : X = (0,0,1) + \lambda(1,2,-1)$.

Exercício 6.12

Seja L o conjunto de todos os pontos de E^3 que eqüidistam de $A = (1,-1,2)$ e $B = (4,3,1)$. Mostre que L é um plano que passa pelo ponto médio de AB. Determine um vetor normal a esse plano.

Exercício 6.13

Estude a posição relativa das retas r e s nos seguintes casos:

a) $r : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{2}$ e $s : X(0,0,0) + \lambda(1,2,0)$

b) $r : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-5}{3} = \dfrac{z+2}{5}$ e $s : x = -y = \dfrac{z-1}{4}$

c) $r : \dfrac{x+1}{2} = y = -z$ e $s : \begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x - y - 2z = 0. \end{cases}$

Exercício 6.14

Encontre $m \in R$ de modo que a reta $r : \dfrac{x-1}{m} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{m}$ seja transversal ao plano $\pi : x + my + z = 0$.

Exercício 6.15

Encontre $m \in R$ para que os planos

$\pi_1 : X = (1,1,0) + \lambda(m,1,1) + \mu(1,1,m)$ e $\pi_2 : 2x + 3y + 2z + 1 = 0$, sejam paralelos e distintos.