$3^{\underline{a}}$ *Lista de Exercícios de Geometria Analítica*

Professora: Maria Aparecida Soares Ruas — *25 de Março de 2010*

Exercício 3.1
Determinar m de modo que sejam linearmente dependentes os vetores:
a) $(3, 5, 1)$, $(2, 0, 4)$ e $(1, m, 3)$
a) $(1, 3, 5)$ e $(2,\, 1 + m,\, 10)$
a) $(m, 2, n)$ e $(3,\, m + n,\, m - 1)$

Exercício 3.2
Seja $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ LI $(1 \leq n \leq 3)$. Prove que

$$\alpha_1\vec{v}_1 + \alpha_2\vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n\vec{v}_n = \beta_1\vec{v}_1 + \beta_2\vec{v}_2 + \cdots + \beta_n\vec{v}_n$$

só vale se $\alpha_1 = \beta_1$, $\alpha_2 = \beta_2, \ldots, \alpha_n = \beta_n$.

Exercício 3.3
Prove a recíproca da propriedade do exercício anterior: se $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ é tal que $\alpha_1\vec{v}_1 + \alpha_2\vec{v}_2 + \cdots + \alpha_n\vec{v}_n = \beta_1\vec{v}_1 + \beta_2\vec{v}_2 + \cdots + \beta_n\vec{v}_n$ só vale se $\alpha_1 = \beta_1$, $\alpha_2 = \beta_2, \ldots, \alpha_n = \beta_n$, então $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ é LI.

Exercício 3.4
Prove que se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LI, então $(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}\,,\, \vec{u} - \vec{v}, 3\vec{v})$ também é LI, o mesmo sucedendo com $(\vec{u} + \vec{v}\,,\, \vec{u} + \vec{w}\,,\, \vec{v} + \vec{w})$.

Exercício 3.5
Seja $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ LI. Dado $\vec{t}$ qualquer, sabemos que existem α, β, γ tais que $\vec{t} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$ (por que?). Prove que $\left(\vec{u} + \vec{t},\, \vec{v} + \vec{t},\, \vec{w} + \vec{t}\right)$ é LI $\Longleftrightarrow \alpha + \beta + \gamma + 1 \neq 0$.

Exercício 3.6
Prove que $(\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}\,,\, 2\vec{u} + \vec{v} + 3\vec{w}\,,\, \vec{u} + 8\vec{v} + 3\vec{w})$ é LD quaisquer que sejam os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Exercício 3.7
Sendo $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (2, 1, 3)$, $\vec{w} = (-1, -1, 4)$, ache as coordenadas de
a) $\vec{u} + \vec{v}$
b) $\vec{u} - 2\vec{v}$
c) $\vec{u} + 2\vec{v} - 3\vec{w}$

Exercício 3.8
$\vec{u} = (1, -1, 3)$ pode ser escrito como combinação linear de $\vec{v} = (-1, 1, 0)$ e $\vec{w} = \left(2, 3, \dfrac{1}{3}\right)$?

Exercício 3.9
Ache m de modo que $\vec{u} = (1, 2, 2)$ seja combinação linear de $\vec{v} = (m - 1, 1, m - 2)$ e $\vec{w} = (m + 1, m - 1, 2)$. Em seguida, determine m para que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ seja LD.

Exercício 3.10
Decida se são LI ou LD:

a) $\vec{u} = (0, 1, 0)$	b) $\vec{u} = (0, 1, 1)$
c) $\vec{u} = (1, 0, 0)$	b) $\vec{u} = (1, 2, 1)$

Exercício 3.11
Sendo $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ base, e
$\vec{f}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$
$\vec{f}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$
$\vec{f}_3 = \vec{e}_3$

decida se $\vec{f} = \left(\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}\right)$ é base.

Exercício 3.12

Ache m para que sejam LD.

a) $\vec{u} = (m, 1, m)$ b) $\vec{u} = (m, 1, m+1)$

Exercício 3.13

Calcule $\|\vec{u}\|$ sendo $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ base ortonormal, nos casos

a) $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 = (1, 1, 1)_E$

b) $\vec{u} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_3$

Exercício 3.14

Seja $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ base de E e sejam

$$\vec{f_1} = \vec{e}_1$$
$$\vec{f_2} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$$
$$\vec{f_3} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

Mostre que $F = \left(\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}\right)$ é uma base de V^3.

Calcule as coordenadas do vetor $v = (2, 1, 1)_E$ na base F.