

## Lista complementar sobre Teorema de Rouché

- 1) Encontre o número de raízes da equação  $z^3 - 4z^2 - 1 = 0$  no disco  $|z| < 1$  e no anel  $1 < |z| < 4$ .
- 2) Encontre o número de raízes da equação  $z^4 - 5z + 3 = 0$  no disco  $|z| < 1$  e no anel  $1 < |z| < 2$ .
- 3) Encontre o número de raízes da equação  $z^3 + 2z + 3 = 0$  no disco  $|z| < 1$  e no anel  $1 < |z| < 3$ .
- 4) Encontre o número de raízes da equação  $z^5 - 3z^2 - 2 = 0$  no disco  $|z| < 1$  e no anel  $1 < |z| < 2$ .
- 5) Mostre que a equação  $3z^2 - e^z = 0$  tem 2 raízes no círculo  $|z| < 1$ .
- 6) Mostre que a equação  $z^5 - \operatorname{sen} z = 0$  tem 5 raízes no disco  $|z| < 3$ .

### Respostas

$$|\operatorname{sen} z| = \left| \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \right| \leq \frac{2}{2} = 1 \leq \max_{|z|=3} |e^{iz}| = e^3 > 3^5 = |z^5|.$$

6) Dica: se  $|z| = 3$

5) Dica:  $|z| > 1 \iff \operatorname{Re} z < 1 \iff |e^z| = e^{\operatorname{Re} z} > e > 3 = |-3z^2|.$

4) 0 no disco e 3 no anel. Dica: semelhante ao anterior.

não são zeros da função.

caso. Tome qualquer contorno em  $|z| \leq 1$  que desvie dos pontos  $\pm 1$ , que ademais

se  $z^3$  e  $2z$  estiverem alinhados com a origem, o que só se dá se  $z = \pm 1$ , mas não é o

3) 0 no disco e 3 no anel. Dica: em  $|z| = 1$ ,  $|z^3 + 2z| \leq 3$  e a igualdade só ocorreria

2) 1 no disco e 3 no anel.

1) 2 no disco e 1 no anel.