

Tópicos de Matemática Elementar, 2006

Lista de Exercícios n. 3 - Probabilidade (versão 5-5-2006)

Observação: incluí também alguns exercícios que foram feitos na sala de aula.

Exercício 1 Colocam-se n bolas em n urnas de maneira casual: qual é a probabilidade de ter exatamente uma urna vazia? Nenhuma urna vazia?

Exercício 2 Seja $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ um espaço amostral com uma probabilidade tal que $P(i)/P(j) = i/j \forall i, j$. Calcular $P(i) \forall i$.

Exercício 3 Calcular a probabilidade de obter 12 como soma dos resultados de três dados jogados simultaneamente. Calcular a probabilidade de obter 15.

Exercício 4 Uma urna contém 4 bolas brancas, 4 pretas e 4 vermelhas. Sacam-se 6 bolas. Calcular a probabilidade de sacar duas de cada cor,
a) no caso com reposição,
b) no caso sem reposição.

Exercício 5 Colocam-se ao acaso 8 pedras em um tabuleiro 8X8, sem por mais que uma pedra na mesma casa. Qual é a probabilidade de não haver duas pedras nem na mesma linha nem na mesma coluna?

Exercício 6 Qual é a probabilidade de uma permutação dos números $(1, 2, 3, \dots, 10)$ ter exatamente 5 elementos no seu lugar original?

Exercício 7 Se a probabilidade de um homem ser canhoto é 0.1,
a) qual é a probabilidade de ter pelo menos um canhoto num grupo de 10 homens?
b) qual é a probabilidade de ter exatamente um canhoto num grupo de 10 homens?

Exercício 8 Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Sacam-se 4 e definem-se m =mínimo número sacado e M =máximo número sacado. Calcular, tanto no caso com reposição que no caso sem reposição, as seguintes probabilidades.

- a) $P(m > 3)$,
- b) $P(m < 3)$,
- c) $P(m = 3)$,
- d) $P(M > 5)$,
- e) $P(M < 5)$,
- f) $P(M = 5)$,
- g) $P(m = 3 \text{ e } M = 9)$,
- h) $P(m = 3 | M = 9)$.

Exercício 9 Um número entre 1 e 200 é escolhido ao acaso.

- a) Qual é a probabilidade que seja divisível, respectivamente, por 3, por 5, por 7?
- b) Qual é a probabilidade que seja divisível por 3 ou por 5? por 3 e por 5?
- c) Qual é a probabilidade que seja divisível por 3 ou por 5 ou por 7? por 3 e por pelo menos um entre 5 e 7?

Exercício 10 a) Quantas pessoas precisamos conhecer para ter probabilidade maior de 50% que pelo menos uma delas faça aniversário hoje?

Considere 4 pessoas: qual é a probabilidade de:

- b) pelo menos duas terem nascido no mesmo mês?
- c) As 4 terem nascido no mesmo mês?
- d) Duas terem nascido no mesmo mês e outras duas em um outro mês?
- e) Todas terem nascido em meses diferentes?

Exercício 11 Escolhe-se um inteiro n qualquer entre 1 e 100. Considere os eventos

A: n é par,

B: n é divisível por 3,

C: n é ímpar,

D: n é maior de 50.

- a) Quais duplas de eventos são independentes?
- b) Quais ternas são independentes?
- c) Os 4 são independentes?
- d) repetir o exercício considerando o evento (B_7 : n é divisível por 7), no lugar do evento B.

(Calcular as probabilidades necessárias para responder à pergunta)

Exercício 12 Considere uma urna contendo 4 bolas brancas e 6 pretas. Sacam-se duas bolas uma depois da outra, sem reposição. Calcular:

- a) a probabilidade das duas serem brancas;
- b) a probabilidade da segunda ser branca;
- c) a probabilidade da segunda ser branca, sabendo que a primeira foi branca;
- d) a probabilidade da primeira ser branca, sabendo que a segunda foi branca.

Exercício 13 Considere uma urna contendo 4 bolas brancas, 5 pretas e 10 vermelhas. Sacam-se duas bolas sem reposição, sem se importar com a ordem.

- a) Quantos resultados diferentes podemos ter? (Bolas da mesma cor não se distinguem)
- b) Considerar como espaço amostral para este fenômeno aleatório o conjunto dos diferentes resultados determinados no ponto (a): determinar a função probabilidade apropriada, neste espaço amostral.

Exercícios do Livro:

pag 119, n. 1, 2, 5, 6, 7.

pag 120, n. 8, 9, 14.
pag 121, n. 18, 19.
pag 132, n. 1, 2.
pag 133, n. 3, 4, 5, 6.
pag 134, n. 8, 9, 10, 11, 12.
pag 135, n. 13, 14, 16.

GABARITO

Exercício 1: $\frac{n(n-1)n!}{2n^n}$, $\frac{n!}{n^n}$.

Exercício 2: $\frac{2i}{n(n+1)}$.

Exercício 3: 0.116, 0.046.

Exercício 4: a) 0.1234..., b) 0.2337...

Exercício 5: a) $\frac{8!}{C_{64}^8}$.

Exercício 6: $\frac{44 C_{10}^4}{10!}$.

Exercício 7: a) 0.651..., b) 0.387...

Exercício 8: sem reposição: a) 1/6, b) 2/3, c) 1/6;
com reposição a) 0.24..., b) 0.59..., c) 0.17...

Exercício 10: a) 253, b) 0.427..., c) 0.00058, d) 0.019.. e) 0.573.

Exercício 11: abc) Apenas as duplas AD e CD são independentes!!!!

d) Também as duplas AB_7 , CB_7 e DB_7 são independentes, mas nenhuma terna nem os quatro juntos são.

Exercício 12: a) 2/15, b) 2/5, c) 1/3, d) 1/3.

Exercício 13: a) 6, b) $P(VV) = 0.263..$, $P(PP) = 0.058..$, $P(BB) = 0.035..$, $P(PV) = 0.292..$, $P(BV) = 0.234..$, $P(BP) = 0.117..$, .

PS. Eventuais sugestões correções ou discussões sobre os exercícios são bem vindas.