

9ª Lista de Exercícios de SMA-354 Cálculo 2

Eugenio Massa

Funções de várias variáveis: introdução.

1. Encontre o domínio, represente o domínio no plano e encontre a imagem das seguintes funções:

a) $f(x, y) = \sqrt{y-x} + \sqrt{1-y}$, b) $f(x, y) = \sqrt{25-x^2-y^2}$, c) $f(x, y) = \frac{2}{4x^2+9y^2}$
d) $f(x, y) = \sqrt{y-x^2}$, e) $f(x, y) = \sqrt{y \cos(\sqrt{x^2+y^2})}$.

2. Represente graficamente o domínio no plano, das funções dadas por:

a) $f(x, y) = \sqrt{|x|-|y|}$, b) $f(x, y) = \frac{x-y}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$, c) $f(x, y) = \ln(2x^2+y^2-1)$

3. Determine algumas curvas de nível, a imagem, e esboce o gráfico de $f(x, y)$:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2$, b) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, c) $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$, d) $f(x, y) = x + 3y$
e) $f(x, y) = 4x^2 + y^2$, f) $f(x, y) = x + y + 1$, g) $f(x, y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$
h) $f(x, y) = x^2$, em $\{-1 \leq x \leq 0$ e $y \geq 0\}$, i) $f(x, y) = 1 - x^2$, em $\{x \geq 0, y \geq 0$ e $x + y \leq 1\}$,
j) $f(x, y) = (x - y)^2$, em $\{x \geq 0$ e $y \geq 0\}$

4. Desenhe as curvas de nível, determine a imagem de $f(x, y)$ e estude seu sinal.

a) $f(x, y) = x - 2y$, b) $f(x, y) = \frac{y}{x-2}$, c) $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$
d) $f(x, y) = x^2 - y^2$, e) $f(x, y) = 3x^2 - 4xy + y^2$

5. (a) Encontre as curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + 2xy$ (analise separadamente os casos $c = 0$ e $c \neq 0$).

(b) Encontre a intersecção do gráfico de f com o plano $y = mx$.

(c) Faça o gráfico de f .

6. Esboce as curvas (ou superfícies) de nível das funções abaixo nos níveis indicados:

(a) $f(x, y, z) = xyz$; $c = 0, 1, -1$ (b) $f(x, y) = \frac{e^x}{2y}$; $c = -1/2, 0, 1/2$.
(c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}/4$; $c = 0, 1, 2$. (d) $f(x, y) = \sqrt{x+y}$; $c = 0, 1, 2$
(e) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}}$; $c = 0, 1, 2$ (f) $f(x, y, z) = x - y$; $c = 0, 1, 2$
(g) $f(x, y, z) = 2x - y + 3z + 1$; $c = 0, 1, 2$ (h) $f(x, y) = xy$; $c = 0, 1, 2$.

GABARITO

Exercício 1 a) $Im = [0, +\infty)$, b) $Im = [0, 5]$, c) $D = \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, $Im = (0, +\infty)$, d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}$, $Im = [0, +\infty)$, e) sugestão: para a imagem, encontre a imagem da restrição de f ao eixo x .

Exercício 3 a) $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = k\}$; $k \geq 0$; b) $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1/k\}$; $k > 0$;

Exercício 4 $Im = \mathbb{R}$ sempre. c) $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x(1-k) = y(1+k)\}$; $k \in \mathbb{R}$