

4ª Lista de Exercícios de SMA-332- Cálculo II

Eugenio Massa

1. Encontre o domínio, represente o domínio geometricamente e encontre a imagem das seguintes funções:

a) $f(x, y) = \sqrt{y-x} + \sqrt{1-y}$, b) $f(x, y) = \sqrt{25-x^2-y^2}$, c) $f(x, y) = \frac{2}{4x^2+9y^2}$

d) $f(x, y) = \sqrt{y-x^2}$, e) $f(x, y) = \sqrt{y \cos(\sqrt{x^2+y^2})}$.

2. Represente graficamente o domínio da função $z = f(x, y)$ dada por:

a) $x + y - 1 + z^2 = 0, \quad z \geq 0$, b) $f(x, y) = \frac{x-y}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$, c) $z = \ln(2x^2 + y^2 - 1)$

d) $z^2 + 4 = x^2 + y^2, \quad z \geq 0$, e) $z = \sqrt{|x| - |y|}$, f) $4x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \leq 0$

3. Determine as curvas de nível, a imagem, e esboce o gráfico de $f(x,y)$:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2$, b) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, c) $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$, d) $f(x, y) = x + 3y$

e) $f(x, y) = 4x^2 + y^2$, f) $f(x, y) = x + y + 1$, g) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

h) $f(x, y) = x^2$, em $\{-1 \leq x \leq 0 \text{ e } y \geq 0\}$, i) $f(x, y) = 1 - x^2$, em $\{x \geq 0, y \geq 0 \text{ e } x + y \leq 1\}$,

j) $f(x, y) = (x - y)^2$, em $\{x \geq 0 \text{ e } y \geq 0\}$

4. Desenhe as curvas de nível, determine a imagem de $f(x,y)$ e estude seu sinal.

a) $f(x, y) = x - 2y$, b) $f(x, y) = \frac{y}{x-2}$, c) $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$

d) $f(x, y) = x^2 - y^2$, e) $f(x, y) = 3x^2 - 4xy + y^2$

5. (a) Encontre as curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + 2xy$ (analise separadamente os casos $c = 0$ e $c \neq 0$).

(b) Encontre a intersecção do gráfico de f com o plano $y = mx$.

(c) Faça o gráfico de f .

6. Esboce as curvas (ou superfícies) de nível das funções abaixo nos níveis indicados:

(a) $f(x, y, z) = xyz; c = 0, 1, -1$ (b) $f(x, y) = \frac{e^x}{2y}; c = -1/2, 0, 1/2$.

(c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}/4; c = 0, 1, 2$. (d) $f(x, y) = \sqrt{x+y}; c = 0, 1, 2$

(e) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}}; c = 0, 1, 2$ (f) $f(x, y, z) = x - y; c = 0, 1, 2$

(g) $f(x, y, z) = 2x - y + 3z + 1; c = 0, 1, 2$ (h) $f(x, y) = xy; c = 0, 1, 2$.

GABARITO

Exercício 1 a) $Im = [0, +\infty)$, b) $Im = [0, 5]$, c) $D = \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, $Im = (0, +\infty)$, d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2\}$, $Im = [0, +\infty)$, e) sugestão: para a imagem, encontre a imagem da restrição de f ao eixo x .

Exercício 3 a) $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = k\} : k \geq 0$; b) $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1/k\} : k > 0$;

Exercício 4 $Im = \mathbb{R}$ sempre. c) $N_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x(1-k) = y(1+k)\} : k \in \mathbb{R}$