

Exercícios em preparação à prova, dia 23-11-2006.

1.ª Questão. Calcule os seguintes limites usando as propriedades:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1/2} \left(5x^2 + 4x - \frac{3}{x} \right) \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^2}{x^2 + 2x + 1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3}{(1 - x)^2}$$

2.ª Questão. Calcule a derivada das seguintes funções:

$$(a) f(x) = e^{-2x} \quad (b) g(x) = x \ln(1 + x^2)$$

3.ª Questão. Esboçar o gráfico da função $f(x) = |(x+1)(x^2 - 4x + 4)|$, especificando todos os pontos de máximo e mínimo locais.

Roteiro:

- 1) Definir o domínio e discutir continuidade e derivabilidade de f (justificando).
- 2) Calcular as raízes de f (isto é, x tais que $f(x) = 0$).
- 3) Calcular f' e todos os pontos críticos.
- 4) De cada ponto crítico discutir se é máximo, mínimo ou nenhum dos dois (justificando).
- 5) Se for possível, encontre pontos de máximo ou mínimo além dos pontos críticos (justificar).
- 6) Calcular os limites de f a $+\infty$ e $-\infty$.
- 7) Calcular f'' .
- 8) Discutir o sinal de f , f' e f'' e deduzir as regiões onde a função é positiva (negativa), crescente (decrecente), tem concavidade para cima (para baixo), e quais são os pontos de inflexão.
- 9) Esboçar o gráfico de f DE MANEIRA COERENTE COM TUDO QUE FOI FEITO ANTES.
- 10) Os máximos e mínimos encontrados anteriormente são globais ou apenas locais?

PS Se não conseguir desenhar o gráfico de maneira coerente com TODAS as contas significa que tem um erro em algum lugar: se não achar o erro COMENTE o que não bate.

4.ª Questão. Encontre uma equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \frac{8x}{x^2+4}$ no ponto $(2, f(2))$.

5.ª Questão. Calcule as seguintes integrais:

$$(a) \int_1^2 \frac{x^2 + 4x - 4}{\sqrt{x}} dx \quad (c) \int 2x^3 \cos(x^4) dx$$

6.ª Questão. Calcule a área limitada pelas curvas $y = x^3 - 4x$; $x = 1$, $x = 3$ e o eixo x .

7.ª Questão. Uma caixa sem tampa será feita recortando-se 4 quadrados congruentes dos 4 ângulos de uma folha medindo 12 x 12 cm e dobrando-se os lados para cima. Que tamanho os quadrados retirados devem ter para que a caixa tenha capacidade máxima?

8.ª Questão. Calcule a função que define a posição p em função do tempo t de uma partícula que desloca ao longo de uma reta com aceleração $a(t) = \frac{1}{t}$, sabendo que quando $t = e$ a posição da partícula é $p = -3$, enquanto quando $t = 1$ a velocidade da partícula é $v = -1$.