SMA336 - Matemática para Arquitetura II, 2006

Lista de Exercícios n. 3 - 18/9/2006

Exercício 1. Determine os limites:

$(a)\ \lim_{x\to 5}(3x-7)$ $\quad (b)\ \lim_{x\to 2}(x^2+2x-1)$ $\quad (c)\ \lim_{x\to -2}(x^3+8)$

$(d)\ \lim_{x\to 3}\dfrac{4x-5}{5x-1}$ $\quad (e)\ \lim_{x\to 2}\dfrac{x^2-5}{2x^3+6}$ $\quad (f)\ \lim_{x\to 1}\sqrt{\dfrac{8x+1}{x+3}}$

$(g)\ \lim_{x\to 7}\dfrac{x^2-49}{x-7}$ $\quad (h)\ \lim_{x\to -3/2}\dfrac{4x^2-9}{2x+3}$ $\quad (i)\ \lim_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x+2}$

$(l)\ \lim_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x-1}-1}{x-1}$ $\quad (m)\ \lim_{x\to 1}\sin\left(\pi\dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}\right)$ $\quad (n)\ \lim_{x\to 0}\dfrac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$

Exercício 2. Esboce o gráfico das funções abaixo e calcule o limite indicado, se existir; se não existir, indique a razão disto:

$$(a)\ f(x)=\begin{cases} 2 & se\ x<1 \\ -1 & se\ x=1 \\ -3 & se\ x>1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x);\ \lim_{x\to 1^+} f(x);\ \lim_{x\to 1} f(x)$$

$$(b)\ g(x)=\begin{cases} x^2 & se\ x\le 2 \\ 8-2x & se\ x>2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2^-} g(x);\ \lim_{x\to 2^+} g(x);\ \lim_{x\to 2} g(x)$$

$(c)\ f(x)=|x-5|$

$$\lim_{x\to 5^-} f(x);\ \lim_{x\to 5^+} f(x);\ \lim_{x\to 5} f(x)$$

$(d)\ g(x)=3+|2x-4|$

$$\lim_{x\to 2^-} g(x);\ \lim_{x\to 2^+} g(x);\ \lim_{x\to 2} g(x)$$

Exercício 3. Determine os limites:

$(a)\ \lim_{x\to 0^+}\dfrac{2}{x^2}$ $\quad (b)\ \lim_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x^5}$ $\quad (c)\ \lim_{x\to +\infty}\dfrac{2x+1}{5x-2}$

$(d)\ \lim_{x\to -\infty}\dfrac{2x+7}{4-5x}$ $\quad (e)\ \lim_{x\to +\infty}\dfrac{7x^2-2x+1}{3x^2+8x+5}$ $\quad (f)\ \lim_{x\to +\infty}\dfrac{x+4}{3x^3-5}$

$(g)\ \lim_{x\to -\infty}\dfrac{x^2+2x+1}{x-3}$ $\quad (h)\ \lim_{x\to +\infty}\dfrac{x-1}{\sqrt{3x^3+8x+5}}$ $\quad (i)\ \lim_{x\to 0}\dfrac{1}{|\sinh(x)|}$

Exercício 4. Determinar os valores x nos quais a função dada é contínua, e os nos quais é descontínua:

$(a)\ f(x)=x^2(x+3)^2$ $\quad (b)\ g(x)=\dfrac{x}{x-3}$ $\quad (c)\ h(x)=\dfrac{x^3+7}{x^2-4}$

$$(d)\ f(x)=\begin{cases} 3x-1 & se\ x<2 \\ 4-x^2 & se\ x\ge 2 \end{cases} \quad (e)\ g(x)=\begin{cases} \frac{1}{x-2} & se\ x\le 1 \\ \frac{1}{x} & se\ x>1 \end{cases} \quad (f)\ h(x)=\dfrac{|x+4|}{x+4}$$

$$(g)\ f(x)=\begin{cases} \frac{x}{x-3} & se\ x\ne 3 \\ 0 & se\ x=3 \end{cases} \quad (h)\ g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2-x} & se\ x\le 1 \\ \frac{1}{x} & se\ x>1 \end{cases} \quad (i)\ h(x)=\sqrt{x^2-x-2}$$

Exercício 5. Encontrar (se for possível) L e M de forma que a função dada seja contínua:

$$(a)\; f(x) = \begin{cases} x^2+1 & se\ x<0 \\ L & se\ x=0 \\ 1+Mx & se\ x>0 \end{cases} \qquad (b)\; g(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & se\ x<1 \\ L & se\ x=1 \\ x-2 & se\ x>1 \end{cases}$$

$$(c)\; f(x) = \begin{cases} x^2+1 & se\ x>1 \\ Lx+M & se\ x\in[0,1] \\ \frac{x^2-2x}{-3x^2} & se\ x<0 \end{cases} \qquad (d)\; g(x) = \begin{cases} L(x+1)^2 & se\ x\leq 0 \\ \sin(x)+M & se\ x\in(0,\pi] \\ \cos(x) & se\ x>\pi \end{cases}$$

Gabarito

Exercício 1: $g)$ 14, $i)$ 12, $l)$ 1, $m)$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
Exercício 3: $d)$ $-2/5$, $f)$ 0, $g)$ $-\infty$.
Exercício 4: $b)$ contínua em $\mathbb{R}\backslash\{3\}$, $g)$ contínua em $\mathbb{R}\backslash\{3\}$, descontínua em 3, $h)$ contínua em $\mathbb{R}$.
Exercício 5: $a)$ $L=1$, $b)$ $\nexists L$.