

10ª Lista de Exercícios de SMA169 Equações diferenciais parciais

Eugenio Massa

Onda e Calor em \mathbb{R}^n .

1. Exercícios do livro:

pag 240-241: ex 2, 3,5, 9,18.

2. Considere o problema

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta u = 0, \\ u(x, 0) = \phi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x). \end{cases} \quad (1)$$

a) No caso $\phi(x) = \chi_{B_1(0)}(x)$, $\psi(x) = 0$, calcule $u(0, t)$, usando as fórmulas para a solução do problema, nas dimensões 1,2,3. (no caso $n = 2$ pode apenas descrever o andamento qualitativo).

b) Faça o mesmo com $\phi(x) = 0$, $\psi(x) = \chi_{B_1(0)}(x)$.

c) Compare $u(0, t)$ nos 6 casos. Observe que podem aparecer singularidades.

3. Considere o problema

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta u = \chi_{B_1(0)}(x), \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

a) Calcule $u(0, t)$ para o caso em 1 e 3 variáveis espaciais.

b) Esboce o gráfico qualitativo de $u(0, t)$ para o caso em 2 variáveis espaciais.

4. Calcule os autovalores e autofunções para o problema

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda u, & \text{em } \Omega \\ u = 0, & \text{em } \partial\Omega \end{cases} \quad (3)$$

sendo $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ o retângulo $[0, \pi] \times [0, L]$ (separe variáveis).