

11ª Lista de Exercícios de SMA5802 Equações diferenciais ordinárias

Eugenio Massa

Aulas n.23,...,26, dia 16-6-2011

1. Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = 1 \\ y' = y. \end{cases}$$

Mostre que o fluxo gerado é (globalmente) topologicamente conjugado ao fluxo paralelo

$$\phi(t, (x_0, y_0)) = (x_0 + t, y_0).$$

(sugestão: construa h seguindo a demonstração do teorema do fluxo tubular e depois verifique que a conjugação vale globalmente).

2. Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = 1 - x^2 \\ y' = x. \end{cases}$$

Mostre que, apesar do fluxo ser localmente topologicamente conjugado a um fluxo paralelo em vizinhança de qualquer ponto, não o é globalmente:

- mostre primeiro que as órbitas $\{x = 1\}$ e $\{x = -1\}$ deveriam estar conjugadas a órbitas distintas do fluxo paralelo;
- mostre que a mesma órbita que passa pelo ponto $x_n = (1 - 1/n, 0)$ passa pelo ponto $y_n = (-1 + 1/n, 0)$, para todo $n \in \mathbb{N}$;
- deduza uma contradição tomando o limite para $n \rightarrow \infty$.

3. Mostre a existência de órbitas periódicas não constantes para

a)
$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x + y(1 - x^2 - 2y^2) \end{cases} .$$

b) $x'' + (5x^4 - 9x^2)x' + x^5 = 0$ (sugestão: adapte o feito na aula para a eq de Lienard, usando uma Função de Liapunov apropriada).

4. Determine se existem órbitas periódicas não constantes para a equação $x'' - (x')^2 - (1 + x^2) = 0$.