

Exercício 1 Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$G = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

- a) Diga quais são diagonalizáveis e quais não são, tanto no corpo \mathbb{R} quanto no corpo \mathbb{C} .
 b) Quando for diagonalizável, forneça a base que a diagonaliza e a matriz diagonal resultante. Quando não for diagonalizável (nem em \mathbb{C}) ponha ela na forma canônica de Jordan e forneça a base correspondente.

Exercício 2 Considere as matrizes

$$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -3 & 3 & -3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 3 \\ -3 & 6 & -3 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix};$$

- a) Sabendo que $V_3 = \{ \langle (1, -3, 1) \rangle \}$, encontrar (sem diagonalizar a matriz) uma base a respeito da qual a transformação linear definida por A_1 é representada por uma matriz triangular superior.
 b) Sabendo que 9 é autovalor de A_2 , encontrar (sem diagonalizar a matriz) uma base a respeito da qual a transformação linear definida por A_2 é representada por uma matriz triangular superior.

Exercício 3 Determine as possíveis formas canônicas de Jordan (a menos de reordenações da base), de uma matriz que possui os seguintes polinômios característicos.

- a) $p(t) = (5 - t)^3(6 - t)t^2$
 b) $p(t) = t^3(3 - t)^2(4 - t)(5 - t)$
 c) $p(t) = (3 - t)^6(4 - t)$ sabendo que $\dim V_3 = 2$.

GABARITO

Exercício 1

B : base $\{(4, 1), (-1, 1)\}$: matriz diagonal $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

C : base (ortogonal) $\{(-1, 1), (1, 1)\}$: matriz diagonal $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

E : base $\{(1, 0, 0), (??), (??)\}$: matriz de Jordan $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

F : base $\{(1, 0, 0), (0, 0, 1), (-3, 1, 0)\}$: matriz diagonal $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

G : base ??????? (tentem encontrar!!!) : matriz de Jordan $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

H : base $\{(1, 0, 0, 0), (???) , (3, -3, 1, 0), (???)\}$: matriz de Jordan $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

I : base $\{(0, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 3), (0, 12, -9, 1), (1, 1, -3, 3)\}$: matriz diagonal $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$