SME 104 - 16/04/2015 - Nome:........................ N.USP:.........

Importante:

- Explique de maneira clara as soluções, preferencialmente baseando-se no formulário.

** Use a folha de questões. ENTREGUE SEU FORMULÁRIO!!**

1	
2	
3	
Total	

Exercício 1. *Estude a convergência do método de Newton aplicado no problema* $x^3+2x+x-4=0$. *Dica: há uma solução em* $x=1$.

Exercício 2. *Teoricamente, se empregarmos o método de Newton em um sistema de equações lineares, quantas interações devemos esperar para ter convergência? Pode ser vantajoso usar este método?*

Exercício 3. *Considere aplicar Jacobi-Richardson no problema* $Ax=b$ *dado por:*

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

É verdade que se a matriz A for diagonal dominante então o método converge? Explique. Baseado nisso, procure obter um sistema $Bx=c$ *equivalente ao acima (por exemplo usando combinações lineares de linhas), e então mostrar que o método aplicado a este novo sistema tem convergência garantida.*

Def.: um ponto $\bar{x}\in[a,b]$ é uma raiz de multiplicidade m da equação $f(x)=0$ se $f(x)=(x-\bar{x})^m mg(x)$ com $g(\bar{x})\neq 0$ em $[a,b]$.

$$\text{Erro relativo:} \quad \frac{|x_{k+1}-x_k|}{|x_{k+1}|}<\varepsilon. \qquad \lim_{k\to\infty}\frac{|e_{k+1}|}{|e_k|^p}=c.$$

$$x_{k+1}=\frac{x_{k-1}f(x_k)-x_kf(x_{k-1})}{f(x_k)-f(x_{k-1})}.$$

$$\text{TVM:} \quad f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a). \qquad |\varphi'(x)|=M<1,\ \forall x\in I.$$

$$|F_x|+|F_y|=k_1<1; \quad |G_x|+|G_y|=k_2<1.$$

$$J\,(x_k-x_{k-1})=-f(x_{k-1}).$$

$$P(x)=(x^2-\alpha x-\beta)Q(x)+b_1(x-\alpha)+b_0. \quad Q(x)=b_nx^{n-2}+\ldots+b_2.$$

$$b_n=a_n,\ b_{n-1}=a_{n-1}+\alpha b_n,\ b_{n-2}=a_{n-2}+\alpha b_{n-1}+\beta b_n,\ \ldots b_1=a_1+\alpha b_2+\beta b_3,\ b_0=a_0+\alpha b_1+\beta b_2.$$

$$\frac{\partial b_n}{\partial\alpha}=0,\ \frac{\partial b_{n-1}}{\partial\alpha}=b_n,\ \frac{\partial b_{n-2}}{\partial\alpha}=b_{n-1}+\alpha\frac{\partial b_{n-1}}{\partial\alpha},\ \frac{\partial b_{n-3}}{\partial\alpha}=b_{n-2}+\alpha\frac{\partial b_{n-2}}{\partial\alpha}+\beta\frac{\partial b_{n-1}}{\partial\alpha},\ \ldots, \tag{1}$$

$$\frac{\partial b_2}{\partial\alpha}=b_3+\alpha\frac{\partial b_3}{\partial\alpha}+\beta\frac{\partial b_4}{\partial\alpha}(=\partial b_1/\partial\beta),\ \frac{\partial b_1}{\partial\alpha}=b_2+\alpha\frac{\partial b_2}{\partial\alpha}+\beta\frac{\partial b_3}{\partial\alpha}(=\partial b_0/\partial\beta),\ \frac{\partial b_0}{\partial\alpha}=b_1+\alpha\frac{\partial b_1}{\partial\alpha}+\beta\frac{\partial b_2}{\partial\alpha}, \tag{2}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial b_1}{\partial\alpha}\delta\alpha_{k-1}+\frac{\partial b_1}{\partial\beta}\delta\beta_{k-1}=-b_1(\alpha_{k-1},\beta_{k-1}) \\ \frac{\partial b_0}{\partial\alpha}\delta\alpha_{k-1}+\frac{\partial b_0}{\partial\beta}\delta\beta_{k-1}=-b_0(\alpha_{k-1},\beta_{k-1}) \end{cases}$$

$$det(A)=u_{11}u_{22}\cdots u_{nn}.$$

$$\begin{cases} u_{ij}=a_{ij}-\sum_{k=1}^{i-1}\ell_{ik}u_{kj}, & i\le j, \\ \ell_{ij}=\left(a_{ij}-\sum_{k=1}^{j-1}\ell_{ik}u_{kj}\right)/u_{jj}, & i>j, \end{cases}$$