Corrected

Vamos só considerar intervalos em $\mathbb{R}$. Uma sequência $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de intervalos é **encaixante** se $I_{n+1} \subset I_n$ para todo n. Dado um intervalo não vazio I, chamamos de **diâmetro** de I o valor $\sup\{|a-b| : a, b \in I\}$ se tal supremo existir e ∞ caso contrário. Dizemos que uma sequência $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tem os diâmetros tendendo a 0 se $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência convergente para 0 onde cada d_n é o diâmetro de I_n.

OBS.: Intervalos da forma $[a, +\infty[$ são considerados fechados e intervalos da forma $]a, +\infty[$ são considerados abertos.

Questão 1 Assinale as verdadeiras:

82,3 100 ■ $(I)_{n\in\mathbb{N}}$ é encaixante, onde cada $I_n = [0, \frac{1}{n}]$.

85,2 100 □ $(I)_{n\in\mathbb{N}}$ é encaixante, onde cada $I_n = [n, n+2]$.

85,2 87,8 ■ O diâmetro de $[-1, 3[$ é 4.

70,5 87,8 ■ O diâmetro de $[a, b[$ é igual aos diâmetros de $]a, b[$, $]a, b]$ e de $[a, b]$.

88,2 100 □ O diâmetro de $]-\infty, 1]$ é $-\infty$.

61,7 100 □ Se $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é encaixante, então os diâmetros de $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendem a 0.

Questão 2 Suponha que $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma família encaixante de intervalos não vazios. Assinale as verdadeiras:

44,1 36,3 □ Se cada I_n é aberto e os diâmetros tendem a 0, então $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} I_n \neq \emptyset$.

79,4 100 ■ Se cada I_n é fechado e os diâmetros tendem a 0, então $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} I_n \neq \emptyset$.

32,3 21,2 □ Se cada I_n é fechado, então $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} I_n \neq \emptyset$.

67,6 78,7 ■ Se os diâmetros de $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tendem a 0, então $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} I_n$ tem no máximo um ponto.

73,5 100 □ $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} I_n$ não pode ser infinito.

Questão 3 Assinale as verdadeiras:

82,3 93,9 ■ Se $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência crescente convergente para x, então $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dada por $I_n = [x_n, x]$ é encaixante.

85,3 100 ■ Se $([a_n, b_n])_{n\in\mathbb{N}}$ é encaixante e com os diâmetros tendendo a 0, então a sequência $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é convergente.

58,8 90 ■ Se $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência encaixante de intervalos fechados com diâmetro tendendo a 0 e $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é tal que cada $x_n \in I_n$, então temos que $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é de Cauchy.

67,6 96,7 □ Se $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência encaixante de intervalos fechados e $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é tal que cada $x_n \in I_n$, então temos que $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é de Cauchy.

41,1 72,7 ■ Se $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência encaixante de intervalos abertos com diâmetro tendendo a 0 e $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é tal que cada $x_n \in I_n$, então temos que $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é de Cauchy.