Lista de 24/10/2019

Convergente

Convergente

A ideia para que uma sequência de pontos $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ seja convergente para um ponto x é a de que, não importa quão perto se queira ficar de x (uma distância positiva), quase todos os pontos de x_n vão estar a menos desta distância (mas eles não precisam necessariamente serem iguais a x).

Convergente

A ideia para que uma sequência de pontos $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ seja convergente para um ponto x é a de que, não importa quão perto se queira ficar de x (uma distância positiva), quase todos os pontos de x_n vão estar a menos desta distância (mas eles não precisam necessariamente serem iguais a x).

Qual destas aparenta ser uma boa formalização para isso?

(a) $\forall\varepsilon > 0\ \forall n\ |x_n - x| < \varepsilon$

(b) $\forall\varepsilon > 0\ \exists n_0\ \forall n\ n \geq n_0 \Rightarrow |x_n - x| < \varepsilon$

(c) $\exists\varepsilon > 0\ \exists n_0\ \forall n\ n \geq n_0 \Rightarrow |x_n - x| < \varepsilon$

(d) $\exists\varepsilon > 0\ \forall n_0\ \forall n\ n \geq n_0 \Rightarrow |x_n - x| < \varepsilon$

Sequência de Cauchy

A ideia para uma sequência $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ser de Cauchy é de que seus pontos estão arbitrariamente próximos uns dos outros (conforme percorremos a sequência).

Sequência de Cauchy

A ideia para uma sequência $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ser de Cauchy é de que seus pontos estão arbitrariamente próximos uns dos outros (conforme percorremos a sequência).

Qual destas aparenta ser uma boa formalização para isso?

(a) $\forall\varepsilon > 0\ \exists n_0\ \forall n, m \geq n_0\ |x_n - x_m| < \varepsilon$

(b) $\exists\varepsilon > 0\ \exists n_0\ \forall n, m \geq n_0\ |x_n - x_m| < \varepsilon$

(c) $\forall\varepsilon > 0\ \forall n, m\ |x_n - x_m| < \varepsilon$

(d) $\exists\varepsilon > 0\ \exists n_0\ \exists n, m \geq n_0\ |x_n - x_m| < \varepsilon$

Convergente e Cauchy

Qual relação você acha que existe entre estes dois conceitos?

(a) Não guardam relação

(b) Toda de Cauchy é convergente

(c) Toda convergente é de Cauchy

(d) São conceitos equivalentes

Equivalentes

A ideia seria que se duas sequências convergem para um mesmo ponto, que elas fossem equivalentes. Mas gostaríamos de estender essa ideia mesmo para sequências de Cauchy não convergentes.

Equivalentes

A ideia seria que se duas sequências convergem para um mesmo ponto, que elas fossem equivalentes. Mas gostaríamos de estender essa ideia mesmo para sequências de Cauchy não convergentes.

Dadas sequências $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de Cauchy uma ideia seria:

(a) $x_n = y_n$ para todo n

(b) $|x_n - y_n| < \varepsilon$ para todo n e para todo $\varepsilon > 0$

(c) existir n tal que $x_n = y_n$

(d) $|x_n - y_n| \to 0$