1. Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínuas. Se $f'(x) = g(x)$ e $g'(x) = -f(x)$ para todo x, mostre que $f^2(x) + g^2(x)$ é uma função constante.

2. Suponha que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sejam ambas contínuas. Suponha que $f(x)g(x) \neq 0$ para algum x. É verdade que existe $y \neq x$ tal que $f^2(y) + g^2(y) > 0$?

3. Suponha que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seja diferenciável e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que sua g' seja contínua. Sabendo que g é estritamente decrescente num ponto a e estritamente crescente num ponto b, mostre que existe c entre a e b ponto crítico de $f \circ g$.

4. Sejam $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções diferenciáveis. Mostre que todo ponto crítico de g é um ponto crítico de $f \circ g$.