

Lista 07 - Norma e mais um pouco de produtos

- (1) Seja v não nulo. Mostre que $\frac{1}{\|v\|}v$ tem norma 1.
- (2) Uma partícula estava no ponto $(0, 1, 0)$. Daí ela andou 2m na direção $(1, 0, 2)$ e depois mais 3m na direção $(-1, 4, 1)$. Qual a posição final da partícula?
- (3) Qual a distância do ponto $(1, 0, 1)$ para o plano $(3, 2, 1) + \alpha(1, 0, 1) + \beta(2, 0, 1)$?
- (4) Sejam $v, w \in \mathbb{R}^3$. Mostre que $v \times w = -w \times v$.
- (5) Seja u, v, w dois a dois ortogonais e não nulos. Seja $a = \alpha u + \beta v + \gamma w$. Calcule $\langle a, v \rangle$.
- (6) Uma partícula está na parada na posição $(1, 0, 2)$. Outra partícula saiu da posição $(0, 1, -1)$ e andou na direção $(1, -1, 2)$. A que distância essa partícula passou da primeira?
- (7) Considere um paralelogramo de vértices A, B, C, D listados em sentido horário (faça um desenho). Vamos mostrar o seguinte resultado:

$$2(AB)^2 + 2(BC)^2 = (AC)^2 + (BD)^2$$

onde AB e BC são os comprimentos dos lados do paralelogramo e AC e BD são os comprimentos das duas diagonais (veja se bateu com o seu desenho essa nomenclatura). Considere v o vetor dado por $A - D$ e w o vetor dado por $C - D$. Note, no seu desenho, que $\|v\| = BC$ e $\|w\| = AB$.

- (a) Verifique, no seu desenho, a quem correspondem os vetores $v + w$ e $v - w$.
- (b) Calcule $\|v + w\|^2$ e $\|v - w\|^2$ usando o produto interno.
- (c) Obtenha a equação desejada.
- (d) Você consegue obter o Teorema de Pitágoras a partir dessa equação?