| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| □0 | □0 | □0 | □0 | □0 | □0 | □0 | □0 |
| □1 | □1 | □1 | □1 | □1 | □1 | □1 | □1 |
| □2 | □2 | □2 | □2 | □2 | □2 | □2 | □2 |
| □3 | □3 | □3 | □3 | □3 | □3 | □3 | □3 |
| □4 | □4 | □4 | □4 | □4 | □4 | □4 | □4 |
| □5 | □5 | □5 | □5 | □5 | □5 | □5 | □5 |
| □6 | □6 | □6 | □6 | □6 | □6 | □6 | □6 |
| □7 | □7 | □7 | □7 | □7 | □7 | □7 | □7 |
| □8 | □8 | □8 | □8 | □8 | □8 | □8 | □8 |
| □9 | □9 | □9 | □9 | □9 | □9 | □9 | □9 |

Nome:

....................................

Pseudônimo:

....................................

Sugestão de música:

....................................

....................................

**Declaro estar ciente que trapacear nesta prova seria um ato vil.**

______________________________

Assinatura

**Questão** [`partesU`] Sejam $A$ e $B$ conjuntos. Assinale a correta:

■ $\wp(A) \cup \wp(B) \subset \wp(A \cup B)$ □ $\wp(A) \cup \wp(B) \supset \wp(A \cup B)$
□ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`PartesI`] Sejam $A$ e $B$ conjuntos. Assinale a correta:

■ $\wp(A) \cap \wp(B) = \wp(A \cap B)$ □ $\wp(A) \cap (\wp(B)) = \wp(A \cup B) \setminus (\wp(A) \cup \wp(B))$
□ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`intervalos`] Considere $\mathcal{F} = \{]a, b[ \colon a, b \in \mathbb{Z}, a < b\}$. Então $\bigcup_{I \in \mathcal{F}} I$ é igual a:

■ $\mathbb{R}$ □ $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ □ $\mathbb{R}_{\geq 0}$ □ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`Joazinho`] Considere $S = \{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} : a_n \in \mathbb{N}\}$. Joãozinho quer mostrar que $S$ é enumerável, então argumentou da seguinte forma:

(I) Sequências com um único elementos são enumeráveis, já que dá para fazer uma bijeção delas nos naturais;

(II) Se sequências com $k$ elementos são enumeráveis, sequências com $k+1$ elementos são enumeráveis (basta fazer uma bijeção com $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$);

(III) Assim, por indução, mostramos que $S$ é enumerável.

Assinale a correta:

■ Há um problema na passagem III □ Joãozinho está certo
□ Há um problema na passagem I □ Há um problema na passagem II

**Questão** [`interseccaoV`] Para cada $n$ seja um conjunto $A_n$. Suponha que para cada $k$, $\bigcap_{j=0}^{k} A_j$ é infinito e não enumerável. Então podemos afirmar:

■ Nenhuma das outras alternativas □ $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n = \emptyset$ □ $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ é infinito

**Questão** [`Cantor`] O Teorema de Cantor Complicado diz que, dados $X$ e $Y$ conjuntos tais que existem $A$ e $B$ conjuntos tais que existem $f : X \to A$, $g : A \to Y$, $h : Y \to B$ e $i : B \to X$ injetoras, então existe $\varphi : Y \to X$ bijetora.

■ O teorema é verdadeiro (apesar de complicado)
☐ O teorema é falso, precisa acrescentar que $|A| = |B|$ como hipótese
☐ O teorema é falso, precisa acrescentar que $f$ e $h$ sejam bijetoras
☐ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`Mariazinha`] Sejam $A$ e $B$ conjuntos. Suponha que $f : A \times \{0\} \to B \times \{1\}$ seja uma função bijetora. Então:

■ $|A| = |B|$ ☐ Só podemos afirmar que $|A| = |B|$ se $A \cap B = \emptyset$
☐ As outras alternativas estão incorretas

**Questão** [`Zezinho`] No natal, Zezinho ganhou uma caixa com 32 lápis de cor. Ele usou esses lápis para pintar *todos* os números naturais, cada número com uma cor só (os lápis eram grandes e Zezinho tinha muito tempo livre). Podemos afirmar que:

■ Infinitos primos foram pintados com uma mesma cor
☐ Todos os números pares foram pintados com uma mesma cor
☐ Com certeza existem um número par e um número ímpar que foram pintados com cores diferentes
☐ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`digitos`]
Fixe um número real $3, d_0 d_1 d_2 ...$ (cada $d_i \in \{0, ..., 9\}$). Considere a sequência $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dada por $x_n = 3, d_0 ... d_n$. Podemos afirmar que:

■ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência de Cauchy de racionais, não necessariamente convergente nos racionais
☐ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é uma sequência convergente nos racionais ☐ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ não é convergente
☐ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`dois`] Considere a afirmação sobre um conjunto $x$: $\exists a\, \exists b\; a \in x \wedge b \in x \wedge a \neq b$. Essa afirmação diz que:

■ $x$ tem pelo menos dois elementos ☐ $x = \{a, b\}$
☐ $x$ é vazio ou tem exatamente dois elementos ☐ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`partes`] Considere o conjunto $A = \{a, b, \{a, b\}, \{a\}\}$. Quantos elementos tem $\wp(A)$?

■ 16 ☐ 4 ☐ 8 ☐ 32 ☐ 10
☐ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`grafico`] Considere $A = \{(a + 1, 3a - 1) : a \in \mathbb{Z}\}$. Assinale a alternativa correta:

■ $A$ pode representar uma função $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ ☐ $A \subset \mathbb{Z}$ ☐ $A \subset \mathbb{Z}^3$
☐ $A$ pode representar uma função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ ☐ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`sequencias`] Assinale a correta:

■ Nenhuma das outras alternativas
☐ Toda sequência estritamente crescente não pode ser de Cauchy
☐ Toda sequência crescente é de Cauchy ☐ Sequências constantes não são de Cauchy

**Questão** [`bolas`] Para cada ponto do $\mathbb{R}^3$, escolhemos um número $n \in \mathbb{N}_{>0}$ e fixamos a bola (esfera) $B_x$ que tem centro em $x$ e raio $n$. Podemos afirmar que:

■ Há uma quantidade não enumerável de bolas com o mesmo raio
□ Todas as bolas tem raios diferentes □ As bolas são disjuntas entre si
□ A quantidade de bolas é enumerável □ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`compostas`] Sejam $A, B, C$ conjuntos infinitos, $f : A \to B$ e $g : B \to C$ funções. Sabendo que $A$ e $C$ são não enumeráveis e que $B$ é enumerável, podemos afirmar:

■ $g \circ f$ não é sobrejetora □ $g \circ f$ é injetora □ $f$ não é sobrejetora
□ $g$ não é injetora □ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`uniao`] Seja $\mathcal{F}$ um conjunto não vazio de conjuntos. Podemos afirmar que:

■ se $\bigcup_{F \in F} F$ é finito, então $\mathcal{F}$ é finito e cada $F \in \mathcal{F}$ é finito
□ se cada $F \in \mathcal{F}$ é finito, então $\bigcup_{F \in F} F$ é finito
□ se $\mathcal{F}$ é finito, então $\bigcup_{F \in F} F$ é finito □ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`interseccao`] Seja $\mathcal{F}$ um conjunto não vazio de conjuntos. Podemos afirmar que:

■ se algum $F \in \mathcal{F}$ é finito, então $\bigcap_{F \in \mathcal{F}} F$ é finito
□ se cada $F \in \mathcal{F}$ é infinito, então $\bigcap_{F \in F} F$ é infinito
□ se $\mathcal{F}$ é finito, então $\bigcap_{F \in F} F$ é finito □ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`fracoes`] Considere $A_0 = \{0, 1\}$, $A_1 = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$, $A_2 = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$ etc. (isto é , $A_{n+1} = A_n \cup \{a : \exists b, c \in A_n\ a = \frac{b+c}{2}\}$). Sobre $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$, podemos afirmar que:

■ Nenhuma das outras alternativas □ É finito □ É não enumerável
□ É igual a $\mathbb{Q}$

**Questão** [`contendo`] Considere $\mathcal{F} = \{A \in \wp(\mathbb{R}) : 0, 1 \in A\}$. Podemos afirmar que:

■ $\bigcap_{F \in \mathcal{F}} F = \{0, 1\}$ □ $\mathcal{F}$ tem exatamente 2 elementos □ $0 \in \mathcal{F}$
□ Nenhuma das outras alternativas

**Questão** [`dist`] Considere $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sequência de Cauchy de racionais. Podemos afirmar que:

■ $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma sequência convergente, onde cada $x_n = |a_{n+1} - a_n|$
□ $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma sequência convergente, onde cada $s_n = a_0 + \cdots + a_n$
□ $(m_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma sequência convergente, onde cada $m_n = n a_n$
□ Nenhuma das outras alternativas