

Quarta lista de exercícios da disciplina SMA0353- Cálculo I

Exercícios da seção 4.4

1. Dado que

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 & \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 & \lim_{x \rightarrow a} h(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow a} p(x) = \infty & \lim_{x \rightarrow a} q(x) = \infty & \end{array}$$

Quais dos limites a seguir são formas indeterminadas? Para aqueles que não são formas indeterminadas, calcule o limite quando possível.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{p(x)} & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x)}{p(x)} \\ \text{(d)} \lim_{x \rightarrow a} \frac{p(x)}{f(x)} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow a} \frac{p(x)}{q(x)} & \end{array}$$

2. Encontre o limite. Use a regra de L'Hôpital quando for apropriado. Se existir um método mais elementar, use-o. Se a Regra de L'Hôpital não for aplicável, explique por quê.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^9 - 1}{x^5 - 1} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x \\ \text{(b)} \lim_{x \rightarrow (\pi/2)^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \\ \text{(c)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3} & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x \\ \text{(d)} \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\cos x \ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)} & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{2x+1} \end{array}$$

3. Se um montante inicial de dinheiro A_0 for investido a uma taxa de juros i capitalizado n vezes ao ano, o valor do investimento após t anos será

$$A = A_0 \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

Se $n \rightarrow \infty$, nos referimos à capitalização contínua de juros. Use a regra de L'Hôpital para mostrar que se os juros forem capitalizados continuamente, então o montante após t anos será

$$A = A_0 e^{rt}$$

4. Se f' for contínua, use a Regra de L'Hôpital para mostrar que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x)$$

Explique o significado dessa equação utilizando um diagrama.

5. Se f'' for contínua, mostre que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} = f''(x)$$

Exercícios da seção 4.9

1. Encontre a primitiva mais geral da função. (Verifique sua resposta derivando).

(a) $f(x) = 2x + 3x^{1,7}$

(b) $f(u) = \frac{u^4 + 3\sqrt{u}}{u^2}$

(c) $f(x) = 3e^x + 7\sec^2 x$

(d) $g(\theta) = \cos \theta - 5 \sin \theta$

2. Encontre f

(a) $f'''(x) = e^x$

(b) $f'(t) = 2 \cos t + \sec^2 t$

(c) $f''(t) = 2e^t + 3 \sin t$

3. Dado que o gráfico de f passa pelo ponto $(1,6)$ e que a inclinação de sua reta tangente em $(x, f(x))$ é $2x + 1$, encontre $f(2)$.

4. O gráfico de uma função f está mostrado. Qual gráfico é uma primitiva de f e por quê?(Ver figura 1)

5. O gráfico f' está mostrado na figura. Esboce o gráfico de f se f for contínua e $f(0) = -1$.(Ver figura 2)

6. Uma partícula move-se de acordo com os dados a seguir. Encontre a posição da partícula.

$$a(t) = t - 2, s(0) = 1, v(0) = 5$$

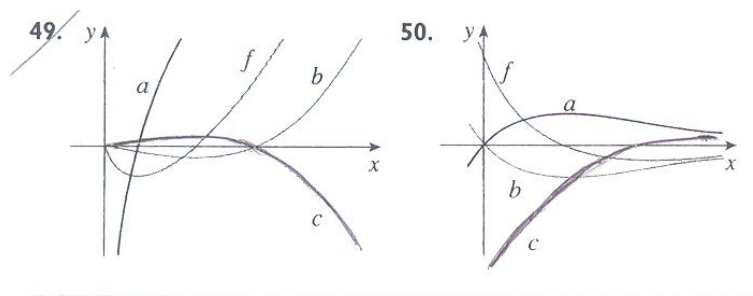


Figura 1: Ex. 4

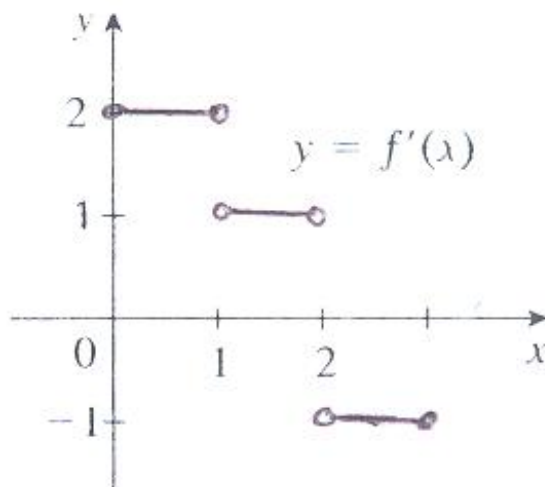


Figura 2: Ex. 5

7. Uma pedra é abandonada de um posto de observação da torre CN, 450m acima do solo.
- Determine a distância da pedra acima do nível do solo no instante t .
 - Quanto tempo leva para a pedra atingir o solo?
 - Com que velocidade ela atinge o solo?
 - Se a pedra for atirada para baixo com uma velocidade de $5m/s$, quanto tempo levará para ela que atinja o solo?