

**Lista 5 - Entregar até dia 14/01/2010.**

**SMA5729 - Funções de uma variável complexa**

**11/01/2010**

1. Seja  $\Omega$  um aberto em  $\mathbb{C}$  e defina  $\Omega^* = \{z \in \mathbb{C} : \bar{z} \in \Omega\}$ . Prove que se  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  é analítica, então a função  $g : \Omega^* \rightarrow \mathbb{C}$ , definida por  $g(z) = \overline{f(\bar{z})}$  é analítica no aberto  $\Omega^*$  e que  $g'(z) = \overline{f'(\bar{z})}$ .
2. Seja  $f$  uma função analítica num domínio  $D$  satisfazendo  $\text{Arg}(f(z)) = c$ , uma constante, para todo  $z$  em  $D$  onde  $f(z) \neq 0$ . Demonstre que  $f$  é constante em  $D$ .
3. Encontre um ramo  $g$  da raiz quarta no domínio  $D = \mathbb{C} \setminus [0, \infty)$  que satisfaça  $g(-1) = (\sqrt{2} + i\sqrt{2})/2$ . Calcule  $g'(-i)$ . Quais são os outros três ramos da raiz quarta em  $D$ ?