Segunda lista de exercícios da disciplina
SMA0353- Cálculo I

Exercícios da Seção 2.1

1. Uma bola é atirada no ar com velocidade de 10 m/s. Sua altura em metros após t segundos é dada por $y = 10t - 4,9t^2$

   (a) Encontre a velocidade média para o período de tempo que começa quando $t = 1,5$ e dura

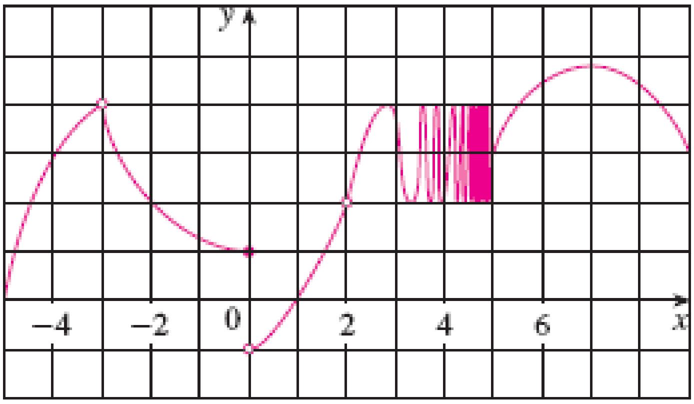
(i)$0,5$ s	(ii)$0,1$ s
(iii)$0,05$ s	(iv)$0,01$ s

   (b) Estime a velocidade instantânea quando $t = 1,5$.

Exercícios da Seção 2.2

2. Para a função h cujo gráfico é dado, diga o valor de cada quantidade, se ela existir. Se não existir, explique por quê.

(a) $\lim_{x\to -3^-} h(x)$	(b) $\lim_{x\to -3^+} h(x)$	(c) $\lim_{x\to -3} h(x)$
(d) $h(-3)$	(e) $\lim_{x\to 0^-} h(x)$	(f) $\lim_{x\to 0^+} h(x)$
(g) $\lim_{x\to 0} h(x)$	(h) $h(0)$	(i) $\lim_{x\to 2} h(x)$
(j) $h(2)$	(k) $\lim_{x\to 5^+} h(x)$	(l) $\lim_{x\to 5^-} h(x)$

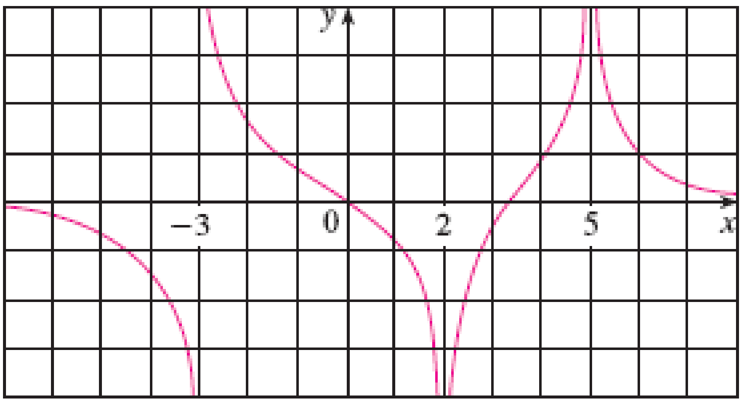


3. Para a função R cujo gráfico é mostrado a seguir, diga quem são:

(a) $\lim_{x\to 2} R(x)$ (b) $\lim_{x\to 5} R(x)$

(c) $\lim_{x\to -3^-} R(x)$ (d) $\lim_{x\to -3^+} R(x)$

(e) As equações das assíntotas verticais.



4. Esboce o gráfico da função a seguir e use-o para determinar os valores para os quais $\lim_{x\to a} f(x)$ existe:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{se } x < -1 \\ x & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ (x-1)^2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

5. Esboce o gráfico de um exemplo de uma função f que satisfaça todas as condições dadas: $\lim_{x\to 3^+} f(x) = 4$, $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 2$, $\lim_{x\to -2} f(x) = 2$, $f(3) = 3$ e $f(-2) = 1$.

6. Faça uma conjectura sobre o valor do limite (se ele existir) por meio dos valores da função nos números dados (com precisão de seis casas decimais): $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-2x}{x^2-x-2}$, $x = 2,5; 2,1; 2,05; 2,01; 2,005; 2,001; 1,9; 1,95; 1,99; 1,995; 1,999$.

7. Determine $\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{x^3-1}$ e $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x^3-1}$

   (a) calculando $f(x) = \frac{1}{x^3-1}$ para valores de x que tendem a 1 pela esquerda e direita,

   (b) raciocinando como no Exemplo 9, e

   (c) a partir do gráfico de f. **(Este exercício exige o uso de uma calculadora gráfica ou um computador com software adequado.)**

Exercícios da Seção 2.3

8. Dado que

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 4 \qquad \lim_{x\to 2} g(x) = -2 \qquad \lim_{x\to 2} h(x) = 0$$

encontre, se existir, o limite. Caso não exista, explique por quê.

(a) $\lim\limits_{x\to 2}[f(x) + 5g(x)]$

(b) $\lim\limits_{x\to 2}[g(x)]^3$

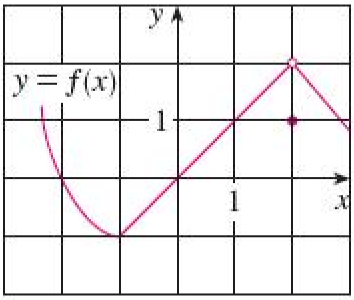
(b) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{f(x)}$

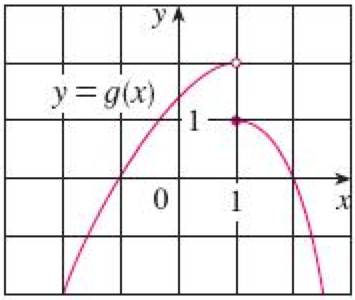
(d) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3f(x)}{g(x)}$

(c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{g(x)}{h(x)}$

(f) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{g(x)h(x)}{f(x)}$

9. Os gráficos de f e g são dados. Use-os para calcular cada limite. Caso não exista o limite, explique por quê.





(a) $\lim_{x\to 2}[f(x)+g(x)]$

(b) $\lim_{x\to 1}[f(x)+g(x)]$

(b) $\lim_{x\to 0}[f(x)g(x)]$

(d) $\lim_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

(c) $\lim_{x\to 2}[x^3 f(x)]$

(f) $\lim_{x\to 1}\sqrt{3+f(x)}$

10. Calcule $\lim_{x\to 4^-}\sqrt{16-x^2}$ justificando cada passagem com as Propriedades dos Limites que forem usadas.

11. Calcule $\lim_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{x-7}$, se existir.

12. Calcule $\lim_{t\to 0}\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t^2+t}\right)$, se existir.

13. Se $4x-9\le f(x)\le x^2-4x+7$ para $x\ge 0$, encontre $\lim_{x\to 4} f(x)$.

14. Demonstre que $\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}\, e^{sen(\pi/x)}=0$.

15. Seja $F(x)=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$

(a) Encontre

(i) $\lim_{x\to 1^+}F(x)$ $\qquad$ (ii) $\lim_{x\to 1^-}F(x)$

(b) Existe $\lim_{x\to 1}F(x)$?

(c) Esboce o gráfico de F.

16. Seja

$$g(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 1; \\ 3, & \text{se } x = 1; \\ 2 - x^2, & \text{se } 1 < x \le 2; \\ x - 3, & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

(a) Calcule, se existirem, os limites

(i) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-} g(x)$	(ii) $\displaystyle\lim_{x\to 1} g(x)$	(iii) $g(1)$
(iv) $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} g(x)$	(v) $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} g(x)$	(vi) $\displaystyle\lim_{x\to 2} g(x)$

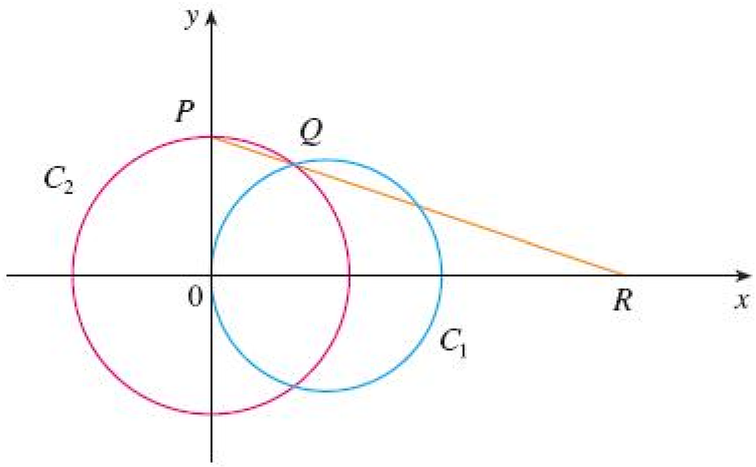
(b) Esboce o gráfico de g.

17. Existe um número a tal que

$$\lim_{x\to -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$$

exista? Caso afirmativo, encontre a e o valor do limite.

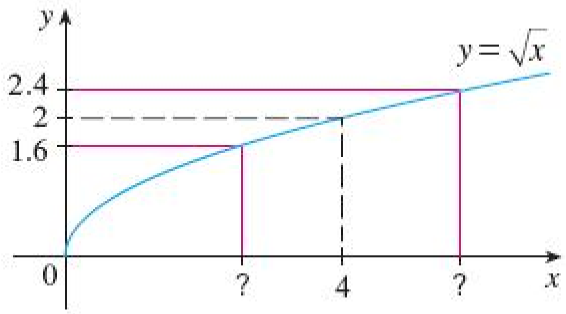
18. A figura mostra um círculo fixo C_1 de equação $(x-1)^2 + y^2 = 1$ e um círculo C_2, a ser encolhido, com raio r e centro na origem. P é o ponto $(0, r)$, Q é o ponto de intersecção superior dos dois círculos, e R é o ponto de intersecção da reta PQ com o eixo x. O que acontecerá com R quando C_2 se contrair, isto é, quando $r \to 0^+$?



Exercícios da Seção 2.4

19. Use o gráfico dado de $f(x) = \sqrt{x}$ para encontrar um número δ tal que

$$\text{se } |\, x - 4\,| < \delta \text{ então } |\, \sqrt{x} - 2\,| < 0,4.$$



20. Use um gráfico para encontrar um número δ tal que

$$\text{se } |\, x - 1\,| < \delta \text{ então } \left| \frac{2x}{x^2+4} - 0,4 \right| < 0,1.$$

21. Foi pedido a um torneiro mecânico que fabricasse um disco de metal circular com área de 1000 cm^2.

   (a) Qual o raio do disco produzido?

   (b) Se for permitido ao torneiro uma tolerância do erro de ± 5 cm^2 na área do disco, quão próximo do raio ideal da parte (a) o torneiro precisa controlar o raio?

   (c) Em termos da definição de ε e δ de $\lim_{x \to a} f(x) = L$, o que é x? O que é a? O que é L? Qual o valor de ε dado? Qual o valor correspondente a δ?

22. Demonstre que $\lim_{x \to 2}(x^2 - 4x + 5) = 1$ usando a definição ε, δ de limite.