Lista 2 - SMA0333 - Cálculo 3

14/06/2010

1. Suponha que a série de potências $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n$ tem raio de convergência $R > 0$. Mostre que a série converge uniformemente em cada intervalo fechado $[a,b]$ contido em $(c-R, c+R)$.

2. Considere $f(x) = \begin{cases} (e^x - 1)/x, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0. \end{cases}$

   a) Calcule a série de potências para f e f' em torno de $c = 0$;
   b) Calcule $f^{(7)}(0)$ e $f^{(7)}(10)$;
   c) Calcule $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$;
   d) Calcule $\displaystyle\int_0^4 f(x)dx$ (justifique!).

3. a) Considere a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n}}(3-x)^n$. Encontre o intervalo de convergência e onde a série converge uniformemente.
   b) Calcule a série de Taylor da função $f(x) = 1/x$ em $x_0 = 2$, usando séries conhecidas.
   c) Calcule $\displaystyle\int_0^1 \operatorname{sen} x^2 dx$ com erro $< 10^{-3}$.

4. a) Calcule a série de Fourier S_f da função $f(x) = e^x$, $x \in [0, 2\pi)$, 2π-periódica. Descreva a função S_f (isto é, diga onde e para quem converge pontualmente, onde tem convergência uniforme, faça esboço dos gráficos).
   b) Calcule $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$.
   c) Determine uma série de Fourier que convirja para $f(x) = e^{-x}$ em $x \in (-2\pi, 0]$.