Lista de exercícios: resolver para a aula do dia 13/06

1. Sejam F um campo vetorial em $D \subset \mathbb{R}^2$ e $\gamma : [a,b] \to D$ uma curva satisfazendo as hipóteses do Teorema de Green. Deduza que:

$$a) \int_\gamma F \cdot \overrightarrow{T}\, ds = \int\int_D \operatorname{rot} F \cdot \overrightarrow{k}\, dA \qquad b) \int_\gamma F \cdot \overrightarrow{n}\, ds = \int\int_D \operatorname{div} F dA$$

2. Use o Teorema de Green para encontrar a área da região limitada por $y = 2x^2$ e $y = 8x$.

3. Calcule $\displaystyle\int_\gamma F \cdot d\gamma$ onde:

   a) $F(x,y) = \sqrt[3]{x}\,\overrightarrow{i} + \dfrac{1}{1+y^2}\overrightarrow{j}$, γ: quadrado de vértices (1,1), (-1,1), (-1,-1) e (1,-1), no sentido anti-horário

   b) $F(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2}\overrightarrow{i} + \dfrac{y}{x^2+y^2}\overrightarrow{j}$, γ: qualquer caminho fechado regular em $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$

   c) F do item anterior é um c.v.c. em $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$? se sim, encontre sua função potencial

   d) $F(x,y,z) = x^2 y\,\overrightarrow{i} + \dfrac{x^3}{3}\overrightarrow{j} + xy\,\overrightarrow{k}$, γ: é a curva de intersecção da superfície $z = y^2 - x^2$ com $x^2 + y^2 = 1$.

4. Sabendo que $\displaystyle\iint_\sigma F \cdot dS$ é o fluxo de F através da superfície σ, encontre o fluxo de $F(x,y,z) = x^2 y\,\overrightarrow{i} + xy^2\,\overrightarrow{j} + (5 - 4xyz)\overrightarrow{k}$ através da superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, quando $z \geq 0$, com vetor normal $\overrightarrow{n}$ apontando para cima.

Gabarito

Exercício 3 a) 0, b) 0, c) $\frac{\ln(x^2+y^2)}{2}$, d) π

Exercício 4 20π

Exercício 2 64/3