Lista - SMA0333 - Cálculo 3

22/04/2010

1. Calcule $\lim_{n\to\infty}(ne^{1/n} - n)$.

2. Demonstre: uma sequência numérica $\{a_n\}$ é convergente se, e somente se, ela é de Cauchy.

3. Considere $\sum a_n$ e $\sum b_n$ séries numéricas convergentes.
   a) Mostre através de exemplos que a série $\sum a_n b_n$ pode convergir ou não.
   b) Supondo que $a_n, b_n > 0$, o que se pode dizer sobre a convergência de $\sum a_n b_n$?

4. Considere a sequência $a_{n+1} = e^{a_n} - 1$. Calcule $\lim_{n\to\infty} a_n$, nos casos: (a) $a_1 = -1$, (b) $a_1 = 1$.

5. Discuta a convergência das séries:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} n^8 e^{-n} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n,$$

   onde a_n é como no exercício 4, ítem (a).
   Escolha uma das séries acima e estime o erro para $s_7 = \sum_{n=1}^{7} a_n$.

6. Seja $\{f_n\}$ uma seqüência de funções, onde

$$f_n(x) = \frac{x^2}{n + x^2}.$$

   a) Encontre o limite pontual f e o conjunto A onde $\{f_n\}$ converge pontualmente.
   b) $\{f_n\}$ converge uniformemente em A?
   c) $\{f_n\}$ converge uniformemente em $[-r, r]$ $(r > 0)$?