LEMBRE-SE:

L1) integração por partes:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

L2) substituição (mudança de variável):

$$\int f(g(x))g'(x)dx \underset{du=g'(x)dx}{\overset{u=g(x)}{=}} \int f(u)du$$

CUIDADO com as integrais definidas:

L3) $\displaystyle\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)du$

L4) $\displaystyle\int_a^b \underbrace{f(x)}_{u}\underbrace{g'(x)dx}_{dv} = \left[\underbrace{f(x)}_{u}\underbrace{g(x)}_{v}\right]_a^b - \int_a^b \underbrace{g(x)}_{v}\underbrace{f'(x)dx}_{du}$

FÓRMULAS úteis:

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}; \quad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}; \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad \sec^2 x = \operatorname{tg}^2 x + 1;$$

$$(\sec x)' = \sec x \operatorname{tg} x; \qquad (\operatorname{tg} x)' = \sec^2 x$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R};$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x \in (-1,1); \qquad (\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \quad x \in (-1,1);$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}, \quad x > 1;$$

$$(senh^{-1}x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad x \in \mathbb{R}; \quad senh^{-1}x = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right), \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(cosh^{-1}x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \quad x > 1; \quad cosh^{-1}x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right), \quad x \geq 1$$

$$(sech^{-1}x)' = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}, \quad 0 < x < 1; \quad sech^{-1}x = \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right), \quad 0 < x \leq 1$$

$$(tgh^{-1}x)' = \frac{1}{1-x^2} \quad |x| < 1; \quad tgh^{-1}x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \quad |x| < 1;$$

$$(cotgh^{-1}x)' = \frac{1}{1-x^2}, \quad |x| > 1; \quad cotgh^{-1}x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right) \quad |x| > 1$$

NOTE:

$$\arcsin x + c_1 = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = -\arccos x + c_2,$$

De fato,

a função $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ é contínua em $(-1,1)$;

portanto integrável em qualquer subintervalo fechado de $[-1,1]$.

Além disso ambas funções $\arcsin x$ e $-\arccos x$ são primitivas de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ em $(-1,1)$ e vale:

$$\arcsin x = -\arccos(x) + c$$

pois:
$\star$ $y = \arcsin x \iff x = \sin y$
$\star$ $z = -\arccos x \iff x = \cos(-z)$
o que implica $\sin y = \cos z$ ou seja $y = z + \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$$tgh^{-1}(x) + c_1 = \int \frac{1}{1-x^2}dx = cotgh^{-1}(x) + c_2,$$

pois:

- a função $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ é continua em $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$;

- a função $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ é contínua em qualquer subintervalo fechado de $(-1,1)$ ou de $(-\infty,1)$ ou de $(1,\infty)$.

portanto:

- a função $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ é integrável em qualquer subintervalo fechado de $(-1,1)$ ou de $(-\infty,1)$ ou de $(1,\infty)$.

- a função $tgh^{-1}(x)$ é uma primitiva de f em $(-1,1)$, enquanto a função $cotgh^{-1}(x)$ é uma primitiva de f em $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$.

Neste caso, não faz sentido compararmos as funções tgh^{-1} com $cotgh^{-1}$ pois elas possuem domínios distintos!

ASSIM, por exemplo (faça a conta e veja o que aconteceria se considerasse o contrário!):

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{1-x^2}dx = tgh^{-1}(1/2) - tgh^{-1}(-1/2); \quad \int_2^3 \frac{1}{1-x^2}dx = cotgh^{-1}(3) - cotgh^{-1}(2)$$