EXEMPLO 9 Se $|x - 4| < 0{,}1$ e $|y - 7| < 0{,}2$, use a Desigualdade Triangular para estimar $|(x + y) - 11|$.

SOLUÇÃO A fim de usar a informação fornecida, usamos a Desigualdade Triangular com $a = x - 4$ e $b = y - 7$:

$$\begin{aligned} |(x + y) - 11| &= |(x - 4) + (y - 7)| \\ &\leq |x - 4| + |y - 7| \\ &< 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}3 \end{aligned}$$

logo

$$|(x + y) - 11| < 0{,}3$$

A Exercícios

1–12 Reescreva a expressão sem usar o símbolo de valor absoluto.

1. $|5 - 23|$

2. $|5| - |-23|$

3. $|-\pi|$

4. $|\pi - 2|$

5. $|\sqrt{5} - 5|$

6. $||-2| - |-3||$

7. $|x - 2|$ se $x < 2$

8. $|x - 2|$ se $x > 2$

9. $|x + 1|$

10. $|2x - 1|$

11. $|x^2 + 1|$

12. $|1 - 2x^2|$

13–38 Resolva a desigualdade em termos dos intervalos e ilustre o conjunto solução sobre o eixo real.

13. $2x + 7 > 3$

14. $3x - 11 < 4$

15. $1 - x \leq 2$

16. $4 - 3x \geq 6$

17. $2x + 1 < 5x - 8$

18. $1 + 5x > 5 - 3x$

19. $-1 < 2x - 5 < 7$

20. $1 < 3x + 4 \leq 16$

21. $0 \leq 1 - x < 1$

22. $-5 \leq 3 - 2x \leq 9$

23. $4x < 2x + 1 \leq 3x + 2$

24. $2x - 3 < x + 4 < 3x - 2$

25. $(x - 1)(x - 2) > 0$

26. $(2x + 3)(x - 1) \geq 0$

27. $2x^2 + x \leq 1$

28. $x^2 < 2x + 8$

29. $x^2 + x + 1 > 0$

30. $x^2 + x > 1$

31. $x^2 < 3$

32. $x^2 \geq 5$

33. $x^3 - x^2 \leq 0$

34. $(x + 1)(x - 2)(x + 3) \geq 0$

35. $x^3 > x$

36. $x^3 + 3x < 4x^2$

37. $\dfrac{1}{x} < 4$

38. $-3 < \dfrac{1}{x} \leq 1$

39. A relação entre as escalas de temperatura Celsius e Fahrenheit é dada por $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, onde C é a temperatura em graus Celsius e F é a temperatura em graus Fahrenheit. Qual o intervalo sobre a escala Celsius correspondente à temperatura no intervalo $50 \leq F \leq 95$?

40. Use a relação entre C e F dada no Exercício 39 para determinar o intervalo sobre a escala Fahrenheit correspondente à temperatura no intervalo $20 \leq C \leq 30$.

41. À medida que sobe, o ar seco se expande, e ao fazer isso se resfria a uma taxa de cerca de 1 °C para cada 100 m de subida, até cerca de 12 km.

(a) Se a temperatura do solo for de 20 °C, escreva uma fórmula para uma temperatura a uma altura h.

(b) Que variação de temperatura você pode esperar se um avião decola e atinge uma altura máxima de 5 km?

42. Se uma bola for atirada para cima do topo de um edifício com 128 pés de altura com velocidade inicial de 16 pés por segundo, então a altura h acima do solo t segundos mais tarde será

$$h = 128 + 16t - 16t^2$$

Durante que intervalo de tempo a bola estará no mínimo a 32 pés acima do solo?

43–46 Resolva a equação para x.

43. $|2x| = 3$

44. $|3x + 5| = 1$

45. $|x + 3| = |2x + 1|$

46. $\left|\dfrac{2x - 1}{x + 1}\right| = 3$

47–56 Resolva a desigualdade.

47. $|x| < 3$

48. $|x| \geq 3$

49. $|x - 4| < 1$

50. $|x - 6| < 0{,}1$

51. $|x + 5| \geq 2$

52. $|x + 1| \geq 3$

53. $|2x - 3| \leq 0{,}4$

54. $|5x - 2| < 6$

55. $1 \leq |x| \leq 4$

56. $0 < |x - 5| < \frac{1}{2}$

57–58 □ Resolva para x, supondo que a, b e c sejam constantes positivas.

57. $a(bx - c) \geqslant bc$

58. $a \leqslant bx + c < 2a$

59–60 □ Resolva para x, supondo que a, b e c sejam constantes negativas.

59. $ax + b < c$

60. $\dfrac{ax + b}{c} \leqslant b$

61. Suponha que $|x - 2| < 0{,}01$ e $|y - 3| < 0{,}04$. Use a Desigualdade Triangular para mostrar que $|(x + y) - 5| < 0{,}05$.

62. Mostre que se $|x + 3| < \frac{1}{2}$, então $|4x + 13| < 3$.

63. Mostre que se $a < b$, então $a < \dfrac{a + b}{2} < b$.

64. Use a Regra 3 para provar a Regra 5 de (2).

65. Prove que $|ab| = |a||b|$. (*Sugestão*: Use a Equação 4.)

66. Prove que $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$.

67. Mostre que se $0 < a < b$, então $a^2 < b^2$.

68. Prove que $|x - y| \geqslant |x| - |y|$. (*Sugestão*: Use a Desigualdade Triangular com $a = x - y$ e $b = y$.)

69. Mostre que a soma, a diferença e o produto de números racionais resultam em um número racional.

70. (a) A soma de dois números irracionais é sempre irracional?
(b) O produto de dois números irracionais é sempre irracional?

B Coordenadas Geométricas e Retas

Da mesma forma que os pontos sobre um eixo podem ser identificados com os números reais atribuindo-se a eles coordenadas, conforme descrito no Apêndice A, também os pontos no plano podem ser identificados com os pares ordenados de números reais. Vamos começar a desenhar dois eixos coordenados perpendiculares que se intersectam na origem, O, de cada eixo. Geralmente um eixo é horizontal com direção positiva para a direita e é chamado de eixo x; o outro eixo é vertical com direção positiva para cima é chamado de eixo y.

Todo ponto P no plano pode ser localizado por um único par ordenado de números da forma a seguir. Trace pelo ponto P retas perpendiculares aos eixos x e y. Essas retas interceptam os eixos em pontos com coordenadas a e b, conforme mostra a Figura 1. Então ao ponto P é atribuído o par ordenado (a, b). O primeiro número a é chamado de **coordenada** $\boldsymbol{x}$ (ou **abscissa**) de P; o segundo número b é chamado de **coordenada** $\boldsymbol{y}$ (ou **ordenada**) de P. Dizemos que P é um ponto com coordenadas (a, b), e denotamos o ponto pelo símbolo de $P(a, b)$. Na Figura 2 estão vários pontos com suas coordenadas.

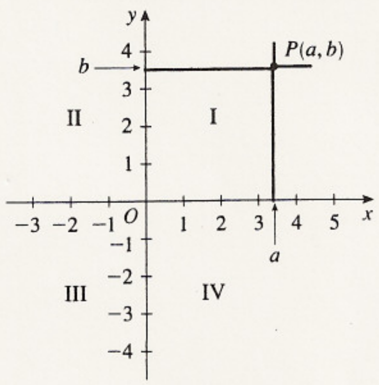


FIGURA 1

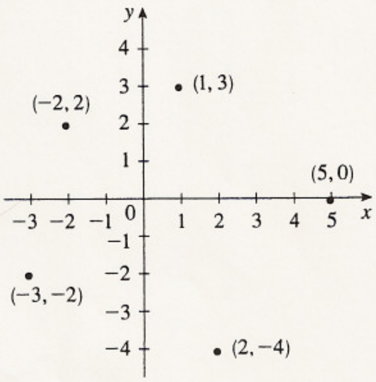
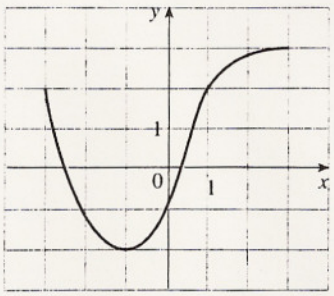


FIGURA 2

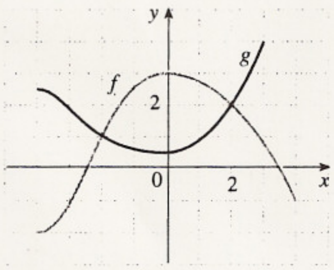
Revertendo o processo anterior podemos começar por um par ordenado (a, b) e chegar até o ponto P correspondente. Freqüentemente identificamos o ponto P com o par ordenado (a, b) e nos referimos a ele como "o ponto (a, b)". [Embora a notação usada para um

1.1 Exercícios

1. É dado o gráfico de uma função f.
   (a) Obtenha o valor de $f(-1)$.
   (b) Estime o valor de $f(2)$.
   (c) $f(x) = 2$ para quais valores de x?
   (d) Estime os valores de x para os quais $f(x) = 0$.
   (e) Obtenha o domínio e a variação de f.
   (f) Em quais intervalos f é crescente?



2. São dados os gráficos de f e g.
   (a) Obtenha os valores de $f(-4)$ e $g(3)$.
   (b) $f(x) = g(x)$ para quais valores de x?
   (c) Estime a solução da equação $f(x) = -1$.
   (d) Em quais intervalos f é decrescente?
   (e) Estabeleça o domínio e a variação de f.
   (f) Obtenha o domínio e a variação de g.

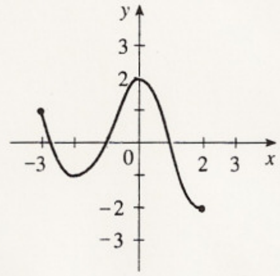


3. Use as Figuras 1, 11 e 12 para estimar as variações na vertical da função aceleração do solo nas direções norte–sul e leste–oeste durante o terremoto de Northridge.

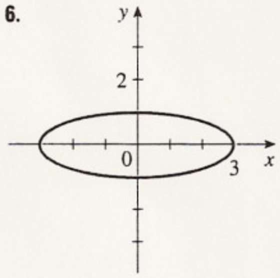
4. Nesta seção discutimos exemplos de funções do dia-a-dia, tais como: a população é uma função do tempo, o custo da franquia postal é uma função do peso, a temperatura da água é uma função do tempo. Dê três novos exemplos de funções cotidianas que possam ser descritas verbalmente. O que você pode dizer sobre o domínio e a variação de cada uma dessas funções? Se possível, esboce um gráfico de cada uma das funções.

5–8 □ Determine se a curva dada é o gráfico de uma função de x. Se for o caso, obtenha o domínio e a variação da função.

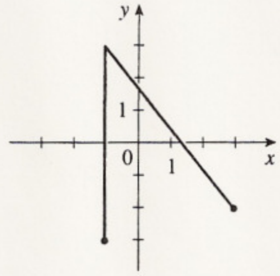
5.



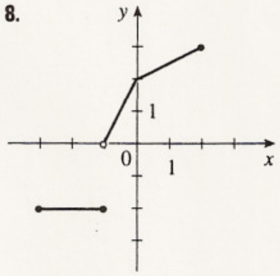
6.



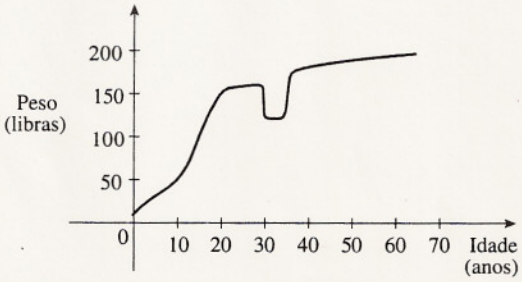
7.



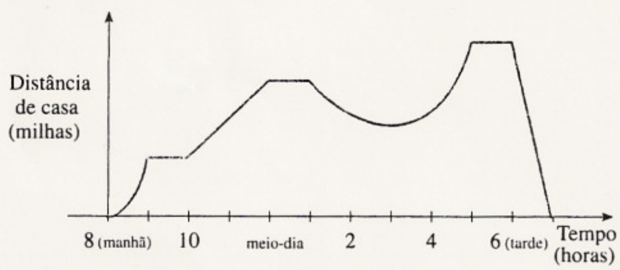
8.



9. O gráfico mostra o peso de certa pessoa como uma função da idade. Descreva em palavras como o peso dessa pessoa varia com o tempo. O que você acha que está acontecendo aos 30 anos?



10. O gráfico mostra a distância que um caixeiro-viajante está de sua casa em certo dia como uma função do tempo. Descreva em palavras o que o gráfico indica sobre suas andanças nesse dia.



11. Ponha cubos de gelo em um copo, preencha-o com água gelada e deixe-o sobre uma mesa. Descreva como irá variar no tempo a temperatura da água. Esboce então um gráfico da temperatura da água como uma função do tempo decorrido.

12. Esboce um gráfico do número de horas diárias com luz do sol como uma função do tempo no decorrer de um ano.

13. Esboce um gráfico da temperatura externa como uma função do tempo durante um dia típico de primavera na zona temperada do hemisfério norte.

14. Coloque uma torta gelada em um forno e asse-a por uma hora. Então tire-a do forno e deixe-a esfriar antes de comê-la. Descreva como varia no tempo a temperatura da torta. Esboce um gráfico da temperatura da torta como uma função do tempo.

15. Um homem apara seu gramado toda quarta-feira à tarde. Esboce o gráfico da altura da grama como uma função do tempo no decorrer de um período de quatro semanas.

16. Um avião vai de um aeroporto a outro em uma hora, sendo que a distância entre eles é de 400 milhas. Se t representa o tempo em minutos desde a partida do avião, seja $x(t)$ a distância horizontal percorrida e $y(t)$ a altura do avião.
(a) Esboce um possível gráfico de $x(t)$.
(b) Esboce um possível gráfico de $y(t)$.
(c) Esboce um possível gráfico da velocidade no chão.
(d) Esboce um possível gráfico da velocidade na vertical.

17. Os registros de temperatura T (em °F) foram tomados a cada duas horas a partir da meia-noite até o meio-dia em Atlanta, na Geórgia, em 18 de março de 1996. O tempo t foi medido em horas após a meia-noite.

t	0	2	4	6	8	10	12
T	58	57	53	50	51	57	61

(a) Use os registros para esboçar um gráfico de T como uma função t.
(b) Use o gráfico para estimar a temperatura às 11 horas da manhã.

18. A população P (em milhares) de uma dada cidade, de 1984 a 1994, está mostrada na tabela. (São dadas estimativas intermediárias.)

t	1984	1986	1988	1990	1992	1994
P	695	716	733	782	800	817

(a) Esboce um gráfico de P como uma função do tempo.
(b) Use o gráfico para estimar a população em 1991.

19. Se $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$, encontre $f(0)$, $f(2)$, $f(\sqrt{2})$, $f(1 + \sqrt{2})$, $f(-x)$, $f(x + 1)$, $2f(x)$ e $f(2x)$.

20. Um balão esférico com raio de r polegadas tem o volume $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$. Encontre uma função que represente a quantidade de ar necessária para inflar o balão de um raio r até um raio $r + 1$ polegadas.

21–22 □ Encontre $f(2 + h)$, $f(x + h)$ e $\dfrac{f(x + h) - f(x)}{h}$, onde $h \neq 0$.

21. $f(x) = x - x^2$

22. $f(x) = \dfrac{x}{x + 1}$

23–27 □ Encontre o domínio da função.

23. $f(x) = \dfrac{x + 2}{x^2 - 1}$

24. $f(x) = \dfrac{x^4}{x^2 + x - 6}$

25. $g(x) = \sqrt[4]{x^2 - 6x}$

26. $h(x) = \sqrt[4]{7 - 3x}$

27. $f(t) = \sqrt[3]{t - 1}$

28. Encontre o domínio e a variação e esboce o gráfico da função $h(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

29–40 □ Encontre o domínio e esboce o gráfico da função.

29. $f(x) = 3 - 2x$

30. $f(x) = x^2 + 2x - 1$

31. $g(x) = \sqrt{x - 5}$

32. $g(x) = \sqrt{6 - 2x}$

33. $G(x) = |x| + x$

34. $H(x) = |2x|$

35. $f(x) = x/|x|$

36. $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$

37. $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leqslant 0 \\ x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

38. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{se } x < -1 \\ 3 - x & \text{se } x \geqslant -1 \end{cases}$

39. $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x \leqslant -1 \\ x^2 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

40. $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leqslant -1 \\ 3x + 2 & \text{se } |x| < 1 \\ 7 - 2x & \text{se } x \geqslant 1 \end{cases}$

41–46 □ Encontre uma expressão para função cujo gráfico é a curva dada.

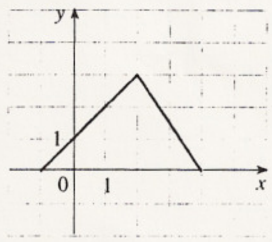
41. O segmento de reta unindo os pontos $(-2, 1)$ e $(4, -6)$

42. O segmento de reta unindo os pontos $(-3, -2)$ e $(6, 3)$

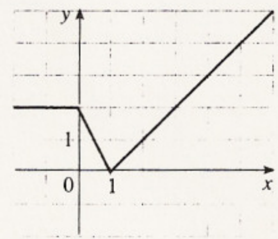
43. A parte de baixo da parábola $x + (y - 1)^2 = 0$

44. A parte de cima do círculo $(x - 1)^2 + y^2 = 1$

45.



46.



47–51 □ Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.

47. Um retângulo tem um perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.

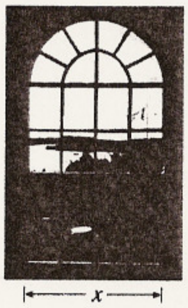
48. Um retângulo tem uma área de 16 m^2. Expresse o perímetro do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.

49. Expresse a área de um triângulo eqüilátero como uma função do comprimento de um lado.

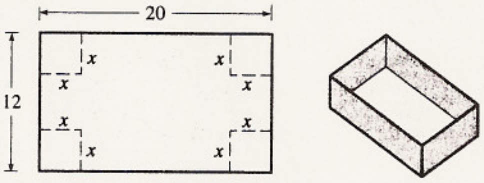
50. Expresse a área superficial de um cubo como uma função de seu volume.

51. Uma caixa retangular aberta com volume de 2 m^3 tem uma base quadrada. Expresse a área superficial da caixa como uma função do comprimento de um lado da base.

52. Uma janela normanda tem um formato de um retângulo em cima do qual se coloca um semicírculo. Se o perímetro de uma janela for de 30 pés, expresse a área A da janela como uma função de sua largura x.



53. Uma caixa sem a tampa deve ser construída de um pedaço retangular de papelão com dimensões 12 por 20 polegadas. Deve-se cortar quadrados de lados x de cada canto e depois dobrar, conforme mostra a figura. Expresse o volume V da caixa como uma função de x.



54. Uma companhia de táxi cobra \$ 2 pela primeira milha (ou fração dela) e 20 centavos a cada décimo de milha adicional (ou fração). Expresse o custo C (em \$) de uma corrida como uma função da distância x percorrida (em milhas) para $0 < x < 2$, e esboce o gráfico.

55. Em certo país, o imposto de renda é cobrado da seguinte forma. São isentos os que têm rendimento até \$ 10.000. Para qualquer renda acima de \$ 10.000 é cobrado um imposto de 10%, até \$ 20.000. E acima de \$ 20.000 o imposto é de 15%.

(a) Esboce o gráfico do imposto de renda R como uma função da renda I.

(b) Qual o imposto cobrado sobre um rendimento de \$ 14.000? E sobre \$ 26.000?

(c) Esboce o gráfico do imposto total cobrado T como uma função da renda I.

56. As funções no Exemplo10 e Exercícios 54 e 55(a) são chamadas de *funções escada,* em virtude do aspecto de seus gráficos. Dê dois outros exemplos de funções escada que aparecem no dia-a-dia.

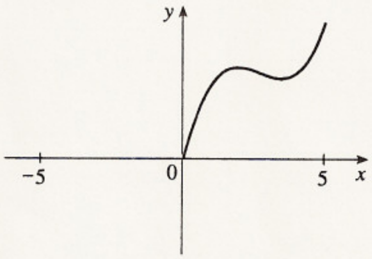
57. (a) Se o ponto (5, 3) estiver no gráfico de uma função par, que outro ponto também deverá estar no gráfico?

(b) Se o ponto (5, 3) estiver no gráfico de uma função ímpar, que outro ponto deverá também estar no gráfico?

58. Uma função f tem o domínio $[-5, 5]$ e é mostrada uma parte de seu gráfico.

(a) Complete o gráfico de f sabendo que ela é uma função par.

(b) Complete o gráfico de f sabendo que ela é uma função ímpar.



59–64 □ Determine se f é par, ímpar ou nenhum dos dois. Se f for par ou ímpar, use a simetria para esboçar seu gráfico.

59. $f(x) = x^{-2}$

60. $f(x) = x^{-3}$

61. $f(x) = x^2 + x$

62. $f(x) = x^4 - 4x^2$

63. $f(x) = x^3 - x$

64. $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$

1.2 Modelos Matemáticos

Um **modelo matemático** é uma descrição matemática (freqüentemente por meio de uma função ou de uma equação) de um fenômeno do mundo real, tal como o tamanho de uma população, a demanda por um produto, a velocidade de um objeto caindo, a concentração de um produto em

É possível fazer a composição de três ou mais funções. Por exemplo, a função composta $f \circ g \circ h$ pode ser encontrada calculando-se primeiro h, então g, e então f como a seguir:

$$(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x)))$$

EXEMPLO 10 □ Encontre $f \circ g \circ h$ se $f(x) = x/(x+1)$, $g(x) = x^{10}$ e $h(x) = x + 3$.

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned}(f \circ g \circ h)(x) &= f(g(h(x))) = f(g(x+3)) \\ &= f((x+3)^{10}) = \frac{(x+3)^{10}}{(x+3)^{10}+1}\end{aligned}$$

Até aqui usamos a composição para construir funções complicadas a partir das mais simples. Mas em cálculo é freqüentemente proveitoso ser capaz de decompor uma função complicada em funções mais simples, como no exemplo a seguir.

EXEMPLO 11 □ Dada $F(x) = \cos^2(x+9)$, encontre funções f, g e h tais que $F = f \circ g \circ h$.

SOLUÇÃO Uma vez que $F(x) = [\cos(x+9)]^2$, a fórmula para F estabelece que: primeiro adicionamos 9, e então tomamos o cosseno do resultado e finalmente o quadrado. Assim, fazemos

$$h(x) = x + 9 \qquad g(x) = \cos x \qquad f(x) = x^2$$

Então

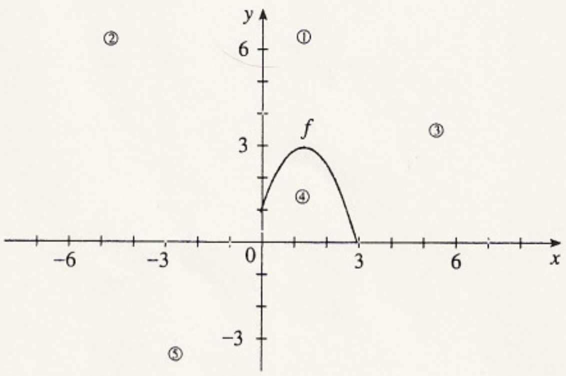
$$\begin{aligned}(f \circ g \circ h)(x) &= f(g(h(x))) = f(g(x+9)) = f(\cos(x+9)) \\ &= [\cos(x+9)]^2 = F(x)\end{aligned}$$

1.3 Exercícios

1. Suponha dado o gráfico de f. Escreva equações para os gráficos obtidos a partir do gráfico de f da seguinte forma.
   (a) Desloque 3 unidades para cima.
   (b) Desloque 3 unidades para baixo.
   (c) Desloque 3 unidades para direita.
   (d) Desloque 3 unidades para esquerda.
   (e) Faça uma reflexão em torno do eixo x.
   (f) Faça uma reflexão em torno do eixo y.
   (g) Estique verticalmente por um fator de 3.
   (h) Encolha verticalmente por um fator de 3.

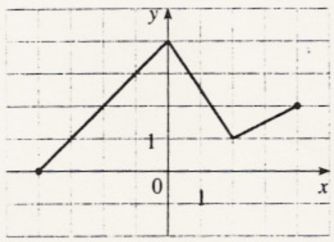
2. Explique como obter, a partir do gráfico de $y = f(x)$, os gráficos a seguir
   (a) $y = 5f(x)$ (b) $y = f(x-5)$
   (c) $y = -f(x)$ (d) $y = -5f(x)$
   (e) $y = f(5x)$ (f) $y = 5f(x) - 3$

3. O gráfico $y = f(x)$ é dado. Associe cada equação com seu gráfico e dê razões para suas escolhas.
   (a) $y = f(x-4)$ (b) $y = f(x) + 3$
   (c) $y = \frac{1}{3}f(x)$ (d) $y = -f(x+4)$
   (e) $y = 2f(x+6)$



4. O gráfico de f é dado. Esboce os gráficos das seguintes funções.
   (a) $y = f(x+4)$ (b) $y = f(x) + 4$

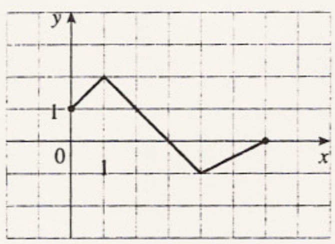
(c) $y = 2f(x)$ (d) $y = -\frac{1}{2}f(x) + 3$



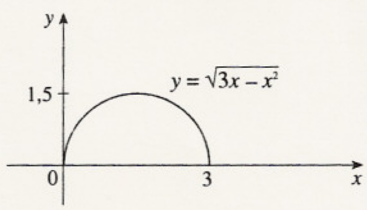
5. O gráfico de f é dado. Use-o para fazer o gráfico das seguintes funções.

(a) $y = f(2x)$ (b) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

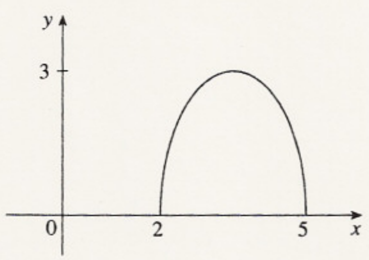
(c) $y = f(-x)$ (d) $y = -f(-x)$



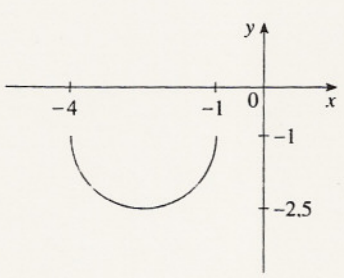
6–7 □ O gráfico de $y = \sqrt{3x - x^2}$ é dado. Use transformações para criar uma função cujo gráfico é mostrado.



6.



7.



8. (a) Como estão relacionados o gráfico de $y = 2 \operatorname{sen} x$ e o de $y = \operatorname{sen} x$? Use sua resposta e a Figura 6 para esboçar o gráfico de $y = 2 \operatorname{sen} x$.

(b) Como está relacionado ao gráfico de $y = 1 + \sqrt{x}$ o gráfico de $y = \sqrt{x}$? Use sua resposta e a Figura 4(a) para esboçar o gráfico de $y = 1 + \sqrt{x}$.

9–24 □ Faça o gráfico de cada função, sem plotar os pontos, mas começando com o gráfico de uma das funções básicas dadas na Seção 1.2, e então aplicando as transformações apropriadas.

9. $y = -1/x$

10. $y = 2 - \cos x$

11. $y = \operatorname{tg} 2x$

12. $y = \sqrt[3]{x + 2}$

13. $y = \cos(x/2)$

14. $y = x^2 + 2x + 3$

15. $y = \dfrac{1}{x - 3}$

16. $y = -2 \operatorname{sen} \pi x$

17. $y = \dfrac{1}{3}\operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$

18. $y = 2 + \dfrac{1}{x + 1}$

19. $y = 1 + 2x - x^2$

20. $y = \frac{1}{2}\sqrt{x + 4} - 3$

21. $y = 2 - \sqrt{x + 1}$

22. $y = (x - 1)^3 + 2$

23. $y = \left| |x| - 1 \right|$

24. $y = |\cos x|$

25. A cidade de New Orleans está localizada a uma latitude de 30 °N. Use a Figura 9 para encontrar uma função que modele o número de horas do dia em New Orleans como uma função da época do ano. Use o fato de que em New Orleans em 31 de março o sol surge às 5:51 horas da manhã e se põe às 6:18 horas da tarde para verificar a precisão de seu modelo.

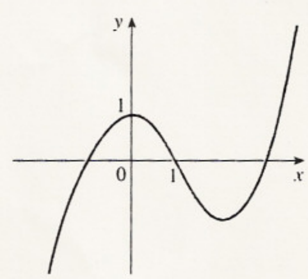
26. Uma estrela variável é aquela cujo brilho alternadamente cresce e decresce. Para a estrela variável mais visível, Delta Cephei, o período de tempo entre os brilhos máximos é de 5,4 dias, o brilho médio (ou magnitude da estrela) é 4,0, e seu brilho varia de $\pm 0{,}35$ em magnitude. Encontre uma função que modele o brilho de Delta Cephei como uma função do tempo.

27. (a) Como o gráfico de $y = f(|x|)$ está relacionado com o gráfico de f?

(b) Esboce o gráfico de $y = \operatorname{sen} |x|$.

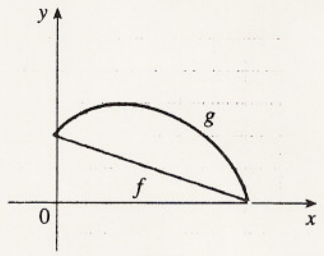
(c) Esboce o gráfico de $y = \sqrt{|x|}$.

28. Use o gráfico dado de f para esboçar o gráfico $y = 1/f(x)$. Quais aspectos de f são os mais importantes no esboço de $y = 1/f(x)$? Explique como eles são usados.

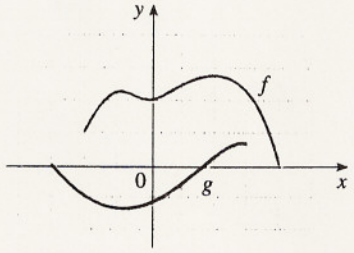


29–30 □ Use a adição gráfica para esboçar o gráfico de $f + g$.

29.



30.



31–32 □ Encontre $f + g$, $f - g$, fg e f/g, e estabeleça os domínios.

31. $f(x) = x^3 + 2x^2$, $g(x) = 3x^2 - 1$

32. $f(x) = \sqrt{1 + x}$, $g(x) = \sqrt{1 - x}$

33–34 □ Use os gráficos de f e g e o método da adição gráfica para esboçar os gráficos de $f + g$.

33. $f(x) = x$, $g(x) = 1/x$ **34.** $f(x) = x^3$, $g(x) = -x^2$

35–40 □ Encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e seus domínios.

35. $f(x) = 2x^2 - x$, $g(x) = 3x + 2$

36. $f(x) = \sqrt{x - 1}$, $g(x) = x^2$

37. $f(x) = 1/x$, $g(x) = x^3 + 2x$

38. $f(x) = \dfrac{1}{x - 1}$, $g(x) = \dfrac{x - 1}{x + 1}$

39. $f(x) = \operatorname{sen} x$, $g(x) = 1 - \sqrt{x}$

40. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $g(x) = \sqrt{1 - x}$

41–44 □ Encontre $f \circ g \circ h$.

41. $f(x) = x - 1$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x - 1$

42. $f(x) = \dfrac{1}{x}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = x^2 + 2$

43. $f(x) = x^4 + 1$, $g(x) = x - 5$, $h(x) = \sqrt{x}$

44. $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \dfrac{x}{x - 1}$, $h(x) = \sqrt[3]{x}$

45–50 □ Expresse na forma as funções $f \circ g$.

45. $F(x) = (x - 9)^5$ **46.** $F(x) = \operatorname{sen}(\sqrt{x})$

47. $G(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 4}$ **48.** $G(x) = \dfrac{1}{x + 3}$

49. $u(t) = \sqrt{\cos t}$ **50.** $u(t) = \operatorname{tg} \pi t$

51–53 □ Expresse na forma as funções $f \circ g \circ h$.

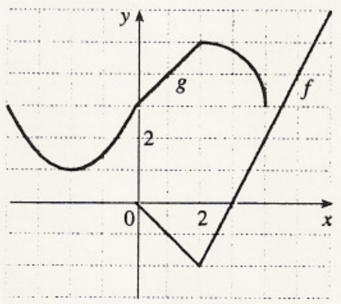
51. $H(x) = 1 - 3^{x^2}$ **52.** $H(x) = \sqrt[3]{\sqrt{x} - 1}$

53. $H(x) = \sec^4(\sqrt{x})$

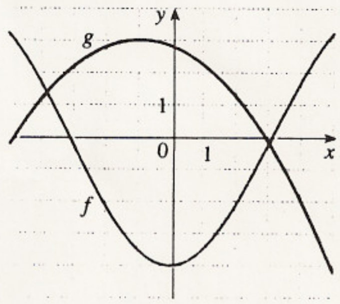
54. Use a tabela para determinar o valor de cada expressão.
(a) $f(g(1))$ (b) $g(f(1))$ (c) $f(f(1))$
(d) $g(g(1))$ (e) $(g \circ f)(3)$ (f) $(f \circ g)(6)$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

55. Use os gráficos dados de f e g para determinar o valor de cada uma das expressões ou explique por que elas não estão definidas.
(a) $f(g(2))$ (b) $g(f(0))$ (c) $(f \circ g)(0)$
(d) $(g \circ f)(6)$ (e) $(g \circ g)(-2)$ (f) $(f \circ f)(4)$



56. Use os gráficos dados de f e g para estimar o valor de $f(g(x))$ para $x = -5, -4, -3, \ldots, 5$. Use essas estimativas para esboçar o gráfico de $f \circ g$.



EXEMPLO 5 Use um recurso gráfico para encontrar os valores de x para os quais $e^x > 1.000.000$.

SOLUÇÃO Na Figura 16 fizemos os gráficos de $y = e^x$ e da reta horizontal $y = 1.000.000$. Vemos que essas curvas se interceptam quando $x \approx 13,8$. Assim, $e^x > 10^6$ quando $x > 13,8$. É realmente surpreendente que a função exponencial já ultrapassou 1 milhão quando x é somente 14.

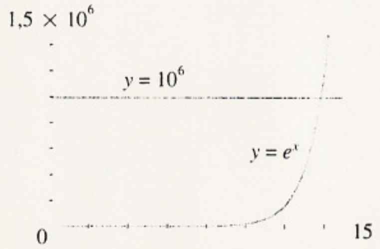


FIGURA 16

1.5 Exercícios

1. (a) Escreva uma equação que defina a função exponencial com base $a > 0$.
   (b) Qual é o domínio dessa função?
   (c) Se $a \neq 1$, qual a variação dessa função?
   (d) Esboce a forma geral do gráfico da função exponencial nos seguintes casos.
   (i) $a > 1$ (ii) $a = 1$ (iii) $0 < a < 1$

2. (a) Como é definido o número e?
   (b) Qual é um valor aproximado de e?
   (c) Qual é a função exponencial natural?

3–6 Faça numa mesma tela os gráficos das funções dadas. Como estão relacionados esses gráficos?

3. $y = 2^x$, $y = e^x$, $y = 5^x$, $y = 20^x$
4. $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $y = 8^x$, $y = 8^{-x}$
5. $y = 3^x$, $y = 10^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$
6. $y = 0,9^x$, $y = 0,6^x$, $y = 0,3^x$, $y = 0,1^x$

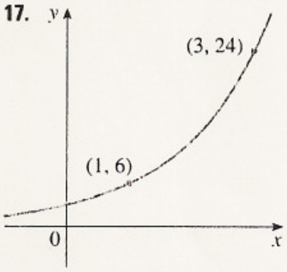
7–14 Faça um esboço do gráfico de cada função. Não use calculadora. Use somente os gráficos dados nas Figuras 3 e 14 e, se necessário, as transformações da Seção 1.3.

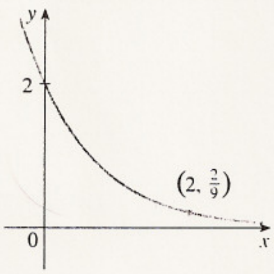
7. $y = 2^x + 1$
8. $y = 2^{x+1}$
9. $y = 3^{-x}$
10. $y = -3^x$
11. $y = -3^{-x}$
12. $y = 2^{|x|}$
13. $y = 3 - e^x$
14. $y = 2 + 5(1 - e^{-x})$

15. Começando com o gráfico de $y = e^x$, escreva as equações correspondentes aos gráficos que resultam de
   (a) deslocar 2 unidades para baixo
   (b) deslocar 2 unidades para a direita
   (c) refletir em torno do eixo x
   (d) refletir em torno do eixo y
   (e) refletir em torno do eixo x e depois em torno do eixo y

16. Começando com o gráfico de $y = e^x$, encontre as equações dos gráficos que resultam de
   (a) refletir em torno da reta $y = 4$
   (b) refletir em torno da reta $x = 2$

17–18 Encontre a função exponencial $f(x) \neq Ca^x$ cujo gráfico é dado.

17. 

18. 

19. Mostre que os gráficos de $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2^x$ foram traçados sobre uma malha coordenada com 1 polegada; então, a uma distância de 2 pés à direita da origem a altura do gráfico de f é de 48 pés, enquanto a altura do gráfico de g é cerca de 265 milhas.

20. Compare as funções $f(x) = x^5$ e $g(x) = 5^x$ por meio de seus gráficos em várias janelas retangulares. Encontre todas as intersecções dos gráficos corretas até uma casa decimal. Para grandes valores de x, qual função cresce mais rapidamente?

21. Compare as funções $f(x) = x^{10}$ e $g(x) = e^x$ por meio dos gráficos f e g em várias janelas retangulares. Quando o gráfico de g ultrapassa o de f?

22. Use um gráfico para estimar os valores de x tais que $e^x > 1.000.000.000$.

1.6 Exercícios

1. (a) O que é uma função um a um?
   (b) A partir do gráfico, como dizer se uma função um a um?

2. (a) Seja f uma função um a um com domínio A e variação B. Como é definida a função inversa f^{-1}? Qual o domínio de f^{-1}? Qual a variação de f^{-1}?
   (b) Se for dada uma fórmula para f, como você encontrará uma fórmula para f^{-1}?
   (c) Se for dado o gráfico de f, como você encontrará o gráfico de f^{-1}?

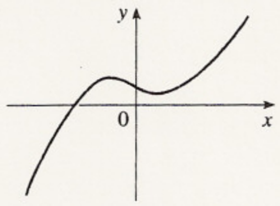
3–14 Uma função f pode ser dada por uma tabela de valores, um gráfico, uma fórmula ou por meio de descrição verbal. Determine se f é um a um.

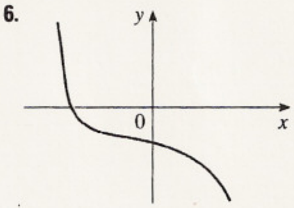
3.

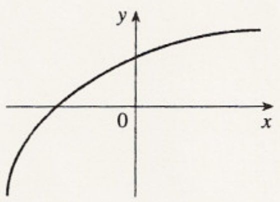
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1,5	2,0	3,6	5,3	2,8	2,0

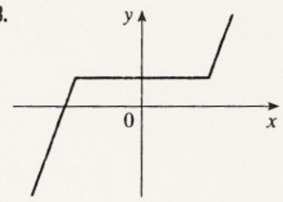
4.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1	2	4	8	16	32

5. 

6. 

7. 

8. 

9. $f(x) = 7x - 3$
10. $f(x) = x^2 - 2x + 5$
11. $g(x) = |x|$
12. $g(x) = \sqrt{x}$
13. $f(t)$ é a altura de uma bola t segundos após ser chutada.
14. $f(t)$ é sua altura no tempo t.

15–16 Use um gráfico para decidir se f é um a um.

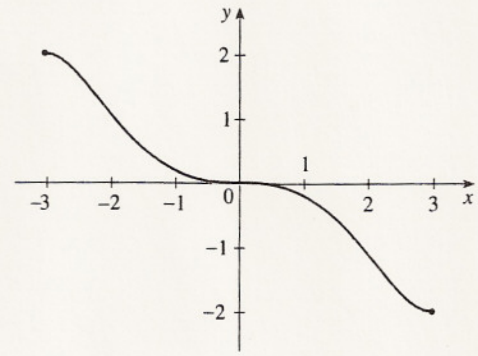
15. $f(x) = x^3 - x$
16. $f(x) = x^3 + x$

17. Se f for uma função um a um tal que $f(2) = 9$, quanto é $f^{-1}(9)$?

18. Se $f(x) = 3 + x^2 + \operatorname{tg}(\pi x/2)$, onde $-1 < x < 1$, encontre $f^{-1}(3)$.

19. Se $g(x) = 3 + x + e^x$, ache $g^{-1}(4)$.

20. É dado o gráfico de f.
   (a) Por que f é um a um?
   (b) Determine o domínio e a variação de f^{-1}.
   (c) Estime o valor de $f^{-1}(1)$.



21. A fórmula $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, onde $F \geqslant -459{,}67$, expressa a temperatura C em graus Celsius como uma função da tempe-ratura F em graus Fahrenheit. Encontre uma fórmula para a função inversa e interprete-a. Qual o domínio da função inversa?

22. Na teoria da relatividade, a massa de uma partícula com uma velocidade v é

$$m = f(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

onde m_0 é massa da partícula no repouso e c é a velocidade da luz no vácuo. Encontre a função inversa de f e explique seu significado.

23–28 Encontre uma fórmula para a função inversa.

23. $f(x) = \dfrac{1 + 3x}{5 - 2x}$
24. $f(x) = 5 - 4x^3$
25. $f(x) = \sqrt{2 + 5x}$
26. $y = 2^{10^x}$
27. $y = \ln(x + 3)$
28. $y = \dfrac{1 + e^x}{1 - e^x}$

29–30 Encontre uma fórmula explícita de f^{-1} e use-a para fazer na mesma tela os gráficos de f^{-1}, f e da reta $y = x$. Para verificar seu trabalho, veja se seus gráficos de f e f^{-1} são reflexões em torno da reta.

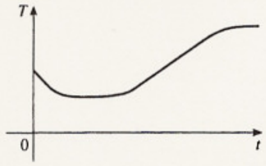
29. $f(x) = 1 - 2/x^2, \quad x > 0$
30. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}, \quad x > 0$

H Respostas dos Exercícios de Números Ímpares

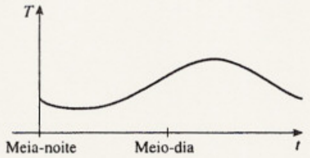
Capítulo 1

Exercícios 1.1 □

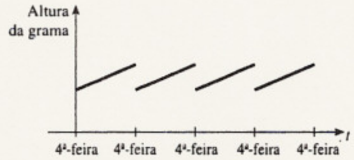
1. (a) -2 (b) 2,8 (c) $-3, 1$ (d) $-2{,}5, 0{,}3$
(e) $[-3, 3], [-2, 3]$ (f) $[-1, 3]$
3. $[-85, 115], [-325, 485], [-210, 200]$
5. Sim, $[-3, 2], [-2, 2]$ **7.** Não **9.** Dieta ou doença
11.



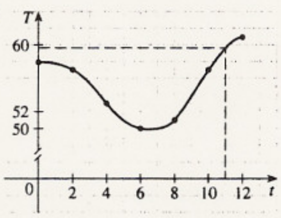
13.



15.

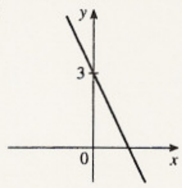


17. (a)

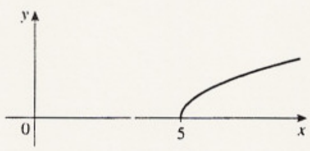


(b) 59 °F

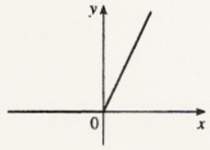
19. $-4, 10, 3\sqrt{2}, 5 + 7\sqrt{2}, 2x^2 - 3x - 4, 2x^2 + 7x + 1,$
$4x^2 + 6x - 8, 8x^2 + 6x - 4$
21. $-(h^2 + 3h + 2), x + h - x^2 - 2xh - h^2, 1 - 2x - h$
23. $\{x \mid x \neq \pm 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$
25. $\{x \mid x \leqslant 0 \text{ ou } x \geqslant 6\} = (-\infty, 0] \cup [6, \infty)$
27. $(-\infty, \infty)$ **29.** $(-\infty, \infty)$



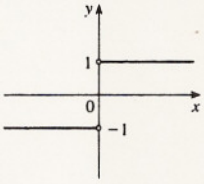
31. $[5, \infty)$



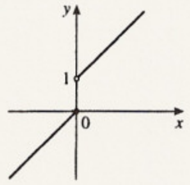
33. $(-\infty, \infty)$



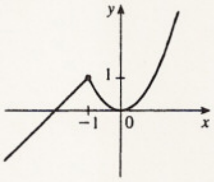
35. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$



37. $(-\infty, \infty)$



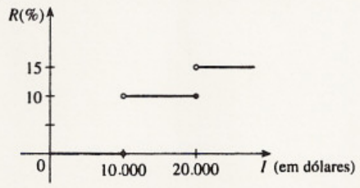
39. $(-\infty, \infty)$



41. $f(x) = -\frac{7}{6}x - \frac{4}{3}, -2 \leqslant x \leqslant 4$ **43.** $f(x) = 1 - \sqrt{-x}$

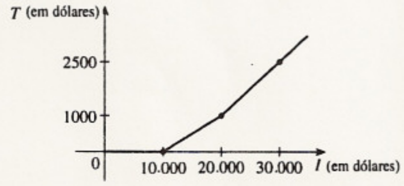
45. $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } -1 \leqslant x \leqslant 2 \\ 6 - 1{,}5x & \text{se } 2 < x \leqslant 4 \end{cases}$

47. $A(L) = 10L - L^2, 0 < L < 10$
49. $A(x) = \sqrt{3}x^2/4, x > 0$ **51.** $S(x) = x^2 + (8/x), x > 0$
53. $V(x) = 4x^3 - 64x^2 + 240x, 0 < x < 6$
55. (a)

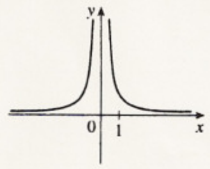


(b) \$ 400, \$ 1900

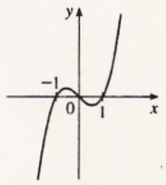
(c)



57. (a) $(-5, 3)$ (b) $(-5, -3)$
59. Par



61. Nenhum dos dois **63.** Ímpar

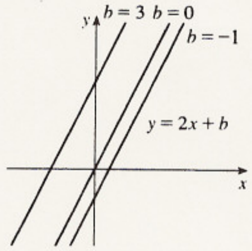


Exercícios 1.2 □

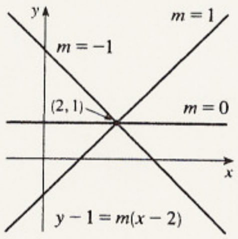
1. (a) Raiz (b) Algébrico (c) Polinominal (grau 9) (d) Racional (e) Trigonométrico (f) Logarítmico

3. (a) h (b) f (c) g

5. (a) $y = 2x + b$, onde b é o intercepto y

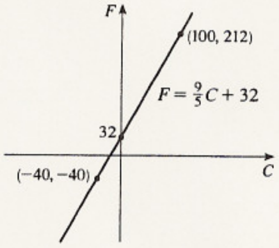


(b) $y = mx + 1 - 2m$, onde m é a inclinação



(c) $y = 2x - 3$

7. (a)



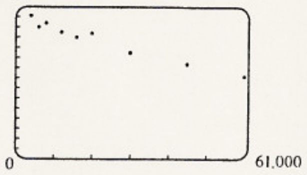
(b) $\frac{9}{5}$, varia em °F para todo °C variado; 32, Fahrenheit corresponde a 0 °C

9. (a) $T = \frac{1}{6}N + \frac{307}{6}$ (b) $\frac{1}{6}$, varia em °F para cada canto de grilo (cricri) por minuto (c) 76 °F

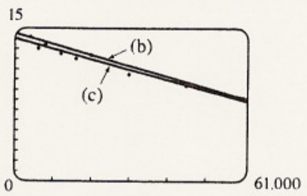
11. (a) $P = 0{,}434d + 15$ (b) 196 pés

13. (a) Cosseno (b) Linear

15. (a) Sim, apropriado

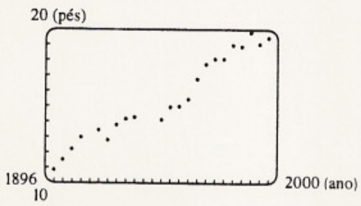


(b) $y = -0{,}000105357x + 14{,}521429$

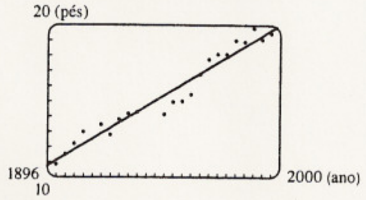


(c) $y = -0{,}0000997855x + 13{,}950764$ [Veja o gráfico em (b).] (d) Em torno de 11,5 para cada 100 habitantes (e) Em torno de 6% (f) Não

17. (a) Sim, apropriado



(b) $y = 0{,}089x - 158{,}27$



(c) 20 pés (d) Não

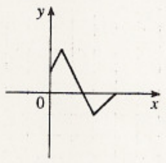
19. $y = 0{,}00233x^3 - 13{,}065x^2 + 24.463{,}108x - 15.265.793{,}873$; 1922 milhões

Exercícios 1.3 □

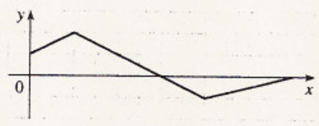
1. (a) $y = f(x) + 3$ (b) $y = f(x) - 3$ (c) $y = f(x - 3)$ (d) $y = f(x + 3)$ (e) $y = -f(x)$ (f) $y = f(-x)$ (g) $y = 3f(x)$ (h) $y = \frac{1}{3}f(x)$

3. (a) 3 (b) 1 (c) 4 (d) 5 (e) 2

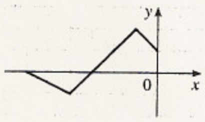
5. (a)



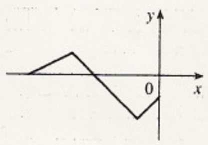
(b)



(c)

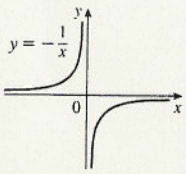


(d)

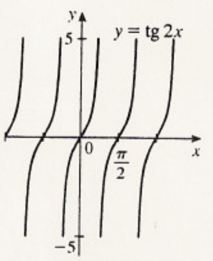


7. $y = -\sqrt{-x^2 - 5x - 4} - 1$

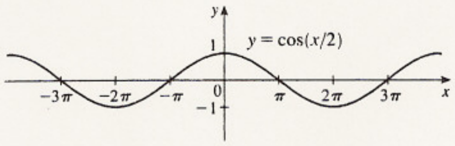
9.



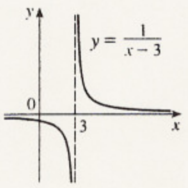
11.



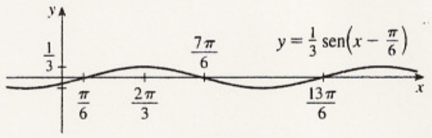
13.



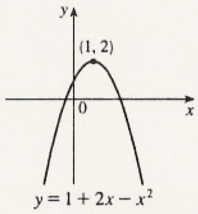
15.



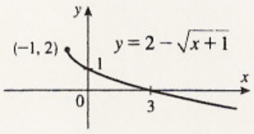
17.



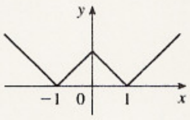
19.



21.



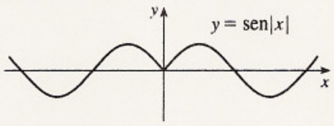
23.



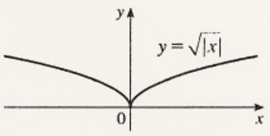
25. $L(t) = 12 + 2\ \mathrm{sen}\left[\dfrac{2\pi}{365}(t - 80)\right]$

27. (a) A parte do gráfico de $y = f(x)$ para a direita do eixo y é refletida no eixo y.

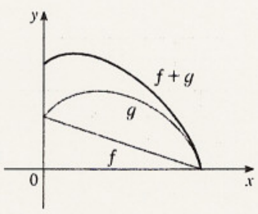
(b)



(c)

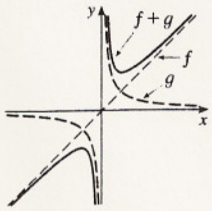


29.



31. $(f + g)(x) = x^3 + 5x^2 - 1, (-\infty, \infty)$
$(f - g)(x) = x^3 - x^2 + 1, (-\infty, \infty)$
$(fg)(x) = 3x^5 + 6x^4 - x^3 - 2x^2, (-\infty, \infty)$
$(f/g)(x) = (x^3 + 2x^2)/(3x^2 - 1), \{x \mid x \neq \pm 1/\sqrt{3}\}$

33.



35. $(f \circ g)(x) = 3(6x^2 + 7x + 2), (-\infty, \infty)$
$(g \circ f)(x) = 6x^2 - 3x + 2, (-\infty, \infty)$
$(f \circ f)(x) = 8x^4 - 8x^3 + x, (-\infty, \infty)$
$(g \circ g)(x) = 9x + 8, (-\infty, \infty)$

37. $(f \circ g)(x) = 1/(x^3 + 2x), \{x \mid x \neq 0\}$
$(g \circ f)(x) = (1/x^3) + (2/x), \{x \mid x \neq 0\}$
$(f \circ f)(x) = x, \{x \mid x \neq 0\}$
$(g \circ g)(x) = x^9 + 6x^7 + 12x^5 + 10x^3 + 4x, (-\infty, \infty)$

39. $(f \circ g)(x) = \mathrm{sen}(1 - \sqrt{x}), [0, \infty)$
$(g \circ f)(x) = 1 - \sqrt{\mathrm{sen}\, x}, \{x \mid x \in [2n\pi, \pi + 2n\pi], n$ é um inteiro$\}$
$(f \circ f)(x) = \mathrm{sen}(\mathrm{sen}\, x), (-\infty, \infty)$
$(g \circ g)(x) = 1 - \sqrt{1 - \sqrt{x}}, [0, 1]$

41. $(f \circ g \circ h)(x) = \sqrt{x - 1} - 1$

43. $(f \circ g \circ h)(x) = (\sqrt{x} - 5)^4 + 1$

45. $g(x) = x - 9, f(x) = x^5$

47. $g(x) = x^2, f(x) = x/(x + 4)$

49. $g(t) = \cos t, f(t) = \sqrt{t}$

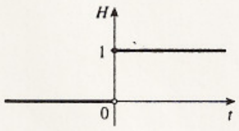
51. $h(x) = x^2, g(x) = 3^x, f(x) = 1 - x$

53. $h(x) = \sqrt{x}, g(x) = \sec x, f(x) = x^4$

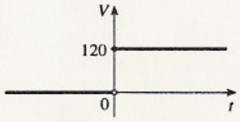
55. (a) 4 (b) 3 (c) 0 (d) Não existe; $f(6) = 6$ não é o domínio de g. (e) 4 (f) −2

57. (a) $r(t) = 60t$
(b) $(A \circ r)(t) = 3600\pi t^2$; a área do círculo como uma função do tempo.

59. (a)

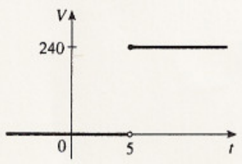


(b)



$V(t) = 120H(t)$

(c)

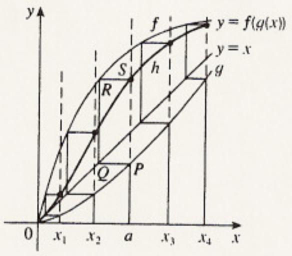


$V(t) = 240H(t - 5)$

61. $g(x) = x^2 + x - 1$ **63.** Sim

65. (a) $P(a, g(a)), Q(g(a), g(a))$ (b) $(g(a), f(g(a)))$

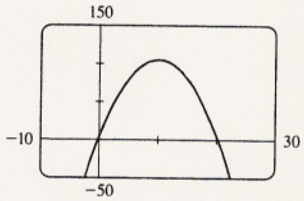
(d)



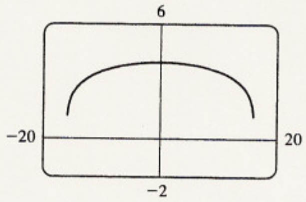
Exercícios 1.4 □

1. (d) **3.** (c)

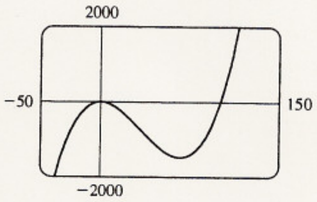
5.



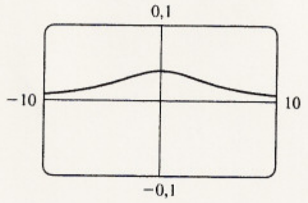
7.



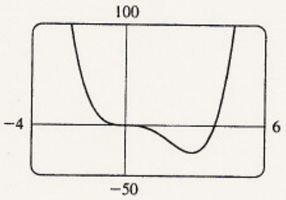
9.



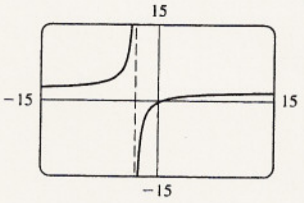
11.



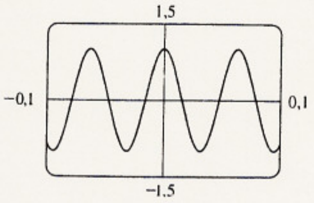
13.



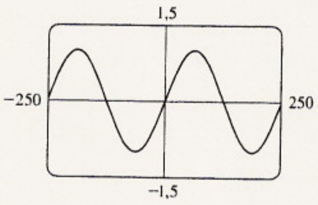
15.



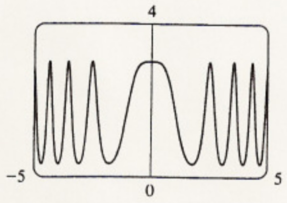
17.



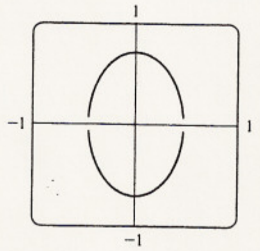
19.



21.



23.



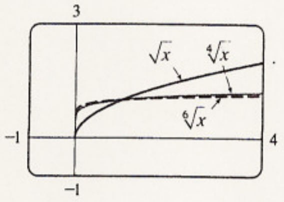
25. 0,67 **27.** −1,90, 0, 1,90 **29.** g

31. (a) Em última análise f cresce muito mais rapidamente do que g

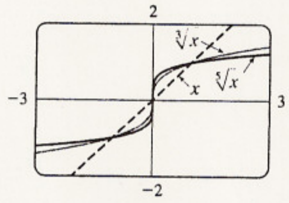
(b) 1,2, 22,4

33. $-0{,}85 < x < 0{,}85$

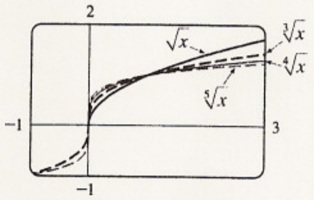
35. (a)



(b)

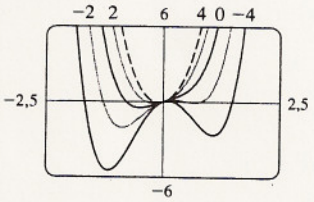


(c)



(d) Gráficos das raízes pares são similares a $\sqrt{x}$, e gráficos das raízes ímpares são similares a $\sqrt[3]{x}$. À medida que n cresce, o gráfico de $y = \sqrt[n]{x}$ torna-se mais escarpado próximo de 0 e mais achatado para $x > 1$.

37.



Se $c < 0$, o gráfico tem três corcovas: dois pontos de mínimo e um de máximo. As corcovas ficam mais achatadas à medida que fazemos c aumentar até $c = 0$, onde duas corcovas desaparecem e há somente um ponto de mínimo. Essa corcova move-se então à direita e tende à origem à medida que fazemos c aumentar.

39. A corcova fica maior e move-se para a direita.

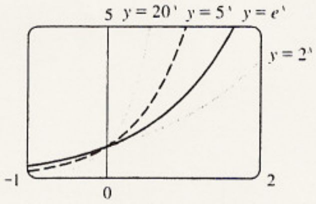
41. Se $c < 0$, o laço está à direita da origem; se $c > 0$, o laço está à esquerda. Quanto mais perto de 0 estiver c, maior será o laço.

Exercícios 1.5 □

1. (a) $f(x) = a^x, a > 0$ (b) $\mathbb{R}$ (c) $(0, \infty)$

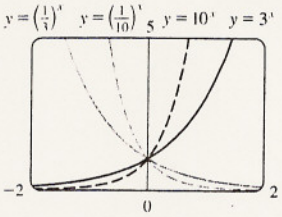
(d) Veja as Figuras 4(c), 4(b) e 4(a), respectivamente.

3.



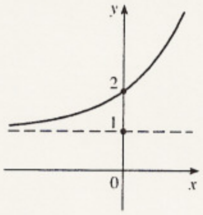
Todos tendem a 0 quando $x \to -\infty$, todos passam por (0, 1), e todos são crescentes. Quanto maior for a base, mais rápida a taxa de crescimento.

5.

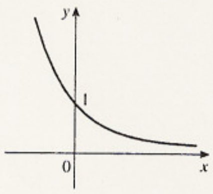


As funções com base maior do que 1 são crescentes, enquanto as com base menor do que 1 são decrescentes. As últimas são reflexos das primeiras em torno do eixo y.

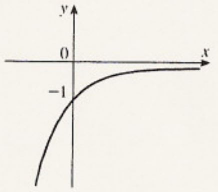
7.



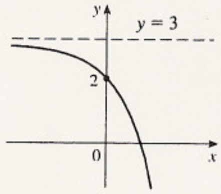
9.



11.



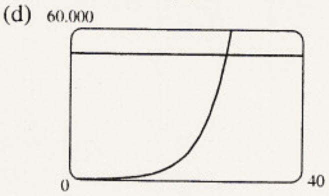
13.



15. (a) $y = e^x - 2$ (b) $y = e^{x-2}$ (c) $y = -e^x$
(d) $y = e^{-x}$ (e) $y = -e^{-x}$

17. $f(x) = 3 \cdot 2^x$ **21.** Em $x \approx 35{,}8$

23. (a) 3200 (b) $100 \cdot 2^{t/3}$ (c) 10.159
(d) $t \approx 26{,}9$ h



25. $y = ab^t$, onde $a \approx 8{,}5688194 \times 10^{-13}$ e $b \approx 1{,}01843655$; 5563 milhões; 7590 milhões

Exercícios 1.6 □

1. (a) Veja a Definição 1.
(b) Deve passar o Teste da Reta Horizontal.

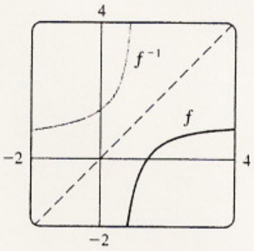
3. Não **5.** Não **7.** Sim **9.** Sim **11.** Não **13.** Não
15. Não **17.** 2 **19.** 0

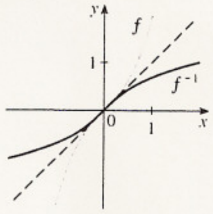
21. $F = \frac{9}{5}C + 32$; a temperatura Fahrenheit como uma função da temperatura Celsius; $(-273{,}15, \infty)$

23. $f^{-1}(x) = (5x - 1)/(2x + 3)$

25. $f^{-1}(x) = (x^2 - 2)/5, x \geqslant 0$ **27.** $y = e^x - 3$

29. $f^{-1}(x) = \sqrt{2/(1 - x)}$ **31.**



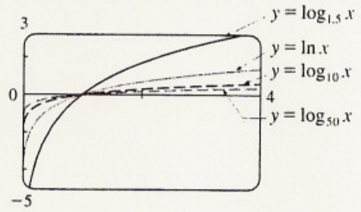


33. (a) É definida como a inversa da função exponencial com base a, isto é, $\log_a x = y \iff a^y = x$.
(b) $(0, \infty)$ (c) $\mathbb{R}$ (d) Veja a Figura 11.

35. (a) 6 (b) −2 **37.** (a) 2 (b) 2 **39.** 3 ln 2

41. (a) 2,321928 (b) 2,025563

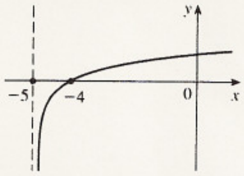
43.



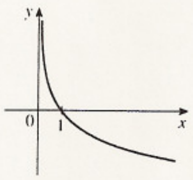
Todos os gráficos tendem a $-\infty$ quando $x \to 0^+$, todos passam por (1, 0), e todos crescem. Quanto maior for a base, mais lenta será a taxa de crescimento.

45. Em torno de 1.084.588 mi

47. (a)



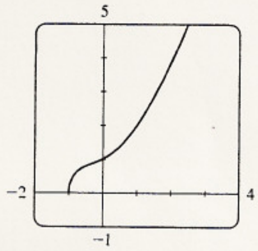
(b)



49. (a) 4 ln 2 (b) $1/e$

51. (a) $5 + \log_2 3$ ou $5 + (\ln 3)/\ln 2$ (b) $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + 4e})$

53.



Passa o Teste da Reta Horizontal

$f^{-1}(x) = -(\sqrt[3]{4}/6)(\sqrt[3]{A - 27x^2 + 20} - \sqrt[3]{A + 27x^2 - 20} + \sqrt[3]{2})$, onde $A = 3\sqrt{3}\sqrt{27x^4 - 40x^2 + 16}$; duas das expressões são complexas.

55. (a) $f^{-1}(n) = (3/\ln 2)\ln(n/100)$; o tempo decorrido quando há n bactérias (b) Depois de 26,9 horas

57. (a) $y = \ln x + 3$ (b) $y = \ln(x + 3)$ (c) $y = -\ln x$
(d) $y = \ln(-x)$ (e) $y = e^x$ (f) $y = e^{-x}$ (g) $y = -e^x$
(h) $y = e^x - 3$