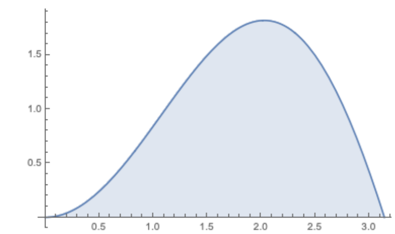
USP/ICMC/DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

1.ª PROVA DE SMA0354-CÁLCULO II   18/09/2019 — 08:10

QUESTÕES	NOTAS
1.ª	
2.ª	
3.ª	
TOTAL	

NOME: ______________________________

N.º USP: ______________________________



Questão 1 (Vale 2,0)

Calcule a área da região mostrada ao lado que é limitada pelo eixo x, pelas retas $x = 0$ e $x = \pi$ e pela função $y = x\,\mathrm{sen}(x)$.

Questão 2 (cada item vale $2,0$) Calcule:

(a) $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{2-x}\,dx$

(b) $\displaystyle\frac{d}{dx}\left(\int_{x^3}^{\ln(x^2+1)} \frac{\sqrt{2+\cos(t)}}{t^4+1}dt\right)$

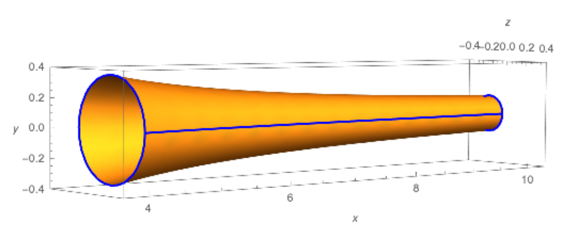
(c) $\displaystyle\int \frac{1}{(x+1)(x^2+4)}dx$

Questão 3 (Vale 2,0)

Para $x \in [4, b]$, o volume $V(b)$ e a área da superfície lateral $A(b)$ do sólido obtido por rotação do gráfico da função $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}\ln(x)}$ em torno do eixo $\mathcal{O}x$ são dados por

$$V(b) = \int_4^b \pi f(x)^2\,dx \quad \text{e} \quad A(b) = \int_4^b 2\pi f(x)\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx\,.$$

Passando o limite com $b \to +\infty$, o sólido obtido se parece com uma trombeta ilimitada.



(a) Calcule $V(b)$ e $\displaystyle\lim_{b\to+\infty} V(b)$.

(b) Observando que $2\pi f(x)\sqrt{1+[f'(x)]^2} \geq 2\pi f(x) \geq \dfrac{2\pi}{x}$ para $x \in [4,\infty)$, determine o $\displaystyle\lim_{b\to+\infty} A(b)$ e compare o resultado com o item a).