Quinta lista de exercícios da disciplina
SMA0353- Cálculo I

1) (a) Estime a área sob o gráfico de $f(x) = \cos(x)$ de $x = 0$ até $x = \dfrac{\pi}{2}$ usando quatro retângulos aproximantes e extremidades direitas. Esboce o gráfico e os retângulos. Sua estimativa é uma subestimativa ou uma superestimativa?

(b) Repita a parte (a) usando as extremidades esquerdas.

2) Use a Definição 2 para achar uma expressão para a área sob o gráfico de

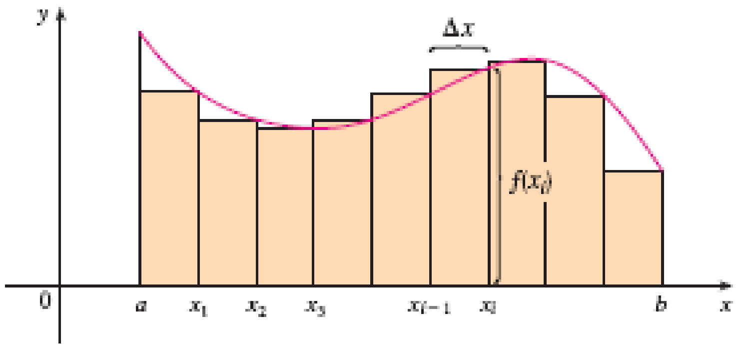
$$f(x) = \sqrt[4]{x},\ 1 \leq x \leq 16,$$

como um limite. Não calcule o limite.

Definição 2: A área A da região S que está sob o gráfico de uma função contínua f é o limite das somas das áreas dos retângulos aproximantes:

$$A = \lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{n\to\infty} [f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \cdots + f(x_n)\Delta x].$$

$$R_n = f(x_1)\,\Delta x + f(x_2)\,\Delta x + \cdots + f(x_n)\,\Delta x$$



3) Determine uma região cuja área seja igual a $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi}{4n} \tan\left(\frac{i\pi}{4n}\right)$. Não calcule o limite.

4) (a) Seja A_n a área de um polígono com n lados iguais inscrito em um círculo de raio r. Dividindo o polígono em n triângulos congruentes com ângulo contral $\dfrac{2\pi}{n}$, mostre que $A_n = \dfrac{1}{2} n r^2 \mathrm{sen}\left(\dfrac{2\pi}{n}\right)$.

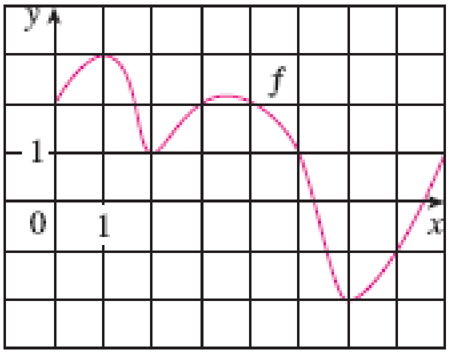
(b) Mostre que $\displaystyle\lim_{n\to\infty} A_n = \pi r^2$. $\left[\text{Sugestão: Use } \displaystyle\lim_{\theta\to\infty} \frac{\mathrm{sen}(\theta)}{\theta} = 1.\right]$

5) É dado o gráfico da função f. Estime $\int_0^8 f(x)\,dx$ utilizando quatro subintervalos com

(a) extremidades direitas,

(b) extremidades esquerdas e

(c) pontos médios



6) Expresse o limite $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{\cos(x_i)}{x_i} \Delta x$ como uma integral definida no intervalo $[\pi, 2\pi]$.

7) Demonstre que $\int_a^b x\,dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$.

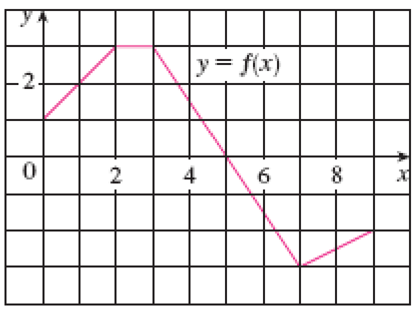
8) O gráfico de f está mostrado. Calcule cada integral interpretando-a em termos das áreas.

(a) $\int_0^2 f(x)\,dx$

(b) $\int_0^5 f(x)\,dx$

(c) $\int_5^7 f(x)\,dx$

(d) $\int_0^9 f(x)\,dx$



9) Calcule a integral $\int_{-3}^{0} (1 + \sqrt{9 - x^2})\,dx$, interpretando-a em termos das áreas.

10) Calcule a integral $\int_{1}^{10} |x - 5|\,dx$, interpretando-a em termos das áreas.

11) Dado que $\int_0^1 3x\sqrt{x^2+4}\ dx = 5\sqrt{5}-8$, o que é $\int_1^0 3u\sqrt{u^2+4}\ du$?

12) Use as propriedades das integrais para verificar a desigualdade

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{24} \leq \int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos(x)\ dx \leq \frac{\sqrt{3}\pi}{24}$$

sem calcular a integral.

13) Se f for contínua em $[a, b]$, mostre que

$$\left|\int_a^b f(x)\ dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|\ dx.$$

[Sugestão: $-|f(x)| \leq f(x) \leq |f(x)|$.]

14) Use o resultado do exercício 12 para mostrar que

$$\left|\int_0^{2\pi} f(x)\text{sen}(2x)\ dx\right| \leq \int_0^{2\pi} |f(x)|\ dx.$$