Sexta Lista de Exercícios da Disciplina

SMA0353- Cálculo I

Exercícios da Seção 3.10

1. Encontre a linearização $L(x)$ da função

   (a) $f(x) = x^3$ em $a = 1$;

   (b) $f(x) = \cos(x)$ em $a = \frac{\Pi}{2}$.

2. Encontre a diferencial da função

   (a) $y = x^2 sen(2x)$;

   (b) $y = \ln(\sqrt{1+t})$;

   (c) $y = e^{\tan(\Pi t)}$;

   (d) $y = \sqrt{1 + \ln(z)}$.

3. Encontre a aproximação linear da função $f(x) = \sqrt{1-x}$ em $a = 0$ e use-a para aproximar os números $\sqrt{0,9}$ e $\sqrt{0,99}$. Ilustre fazendo os gráficos de f e da reta tangente.

4. Encontre a diferencial dy ecalcule dy para valores dados de x e dx para a função $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$, $x = 1$ e $dx = -0,01$.

5. Use uma aproximação linear (ou diferencial) para estimar o número dado por

   (a) $(2,001)^5$;

   (b) $e^{-0,015}$;

   (c) $\tan 44°$.

6. Explique em termos de aproximações lineares ou diferenciais por que a aproximação $\ln(1,05) \approx 0,05$ é razoável.

7. a aresta de um cubo tem $30cm$ com um possível erro de medida de $0,1cm$. Use diferenciais para estimar o erro máximo possível no cálculo

   (a) do volume do cubo;

   (b) da área da superfície do cubo.

8. O raio de um disco circular é $24cm$ com erro possível de $0.2cm$.

   (a) Use diferenciais para estimar o erro máximo na área calculada do disco.

   (b) Qual o erro relativo? Qual o erro percentual?

9. Suponhamos que não tenhamos um fórmula para $g(x)$, mas sabemos que $g(2) = -4$ e $g^{'}(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ para todo x.

   (a) Use uma aproximação linear para estimar $g(1.95)$ e $g(2,05)$.

   (b) Suas estimativas no item anterior são muito grandes ou pequenas ?Explique.

Exercícios da Seção 3.11

10. Demonstre que

    (a) $f(x) = \sinh(x)$ é uma função impar;

    (b) $g(x) \coth(x)$ é uma função par.

11. Use as definições das funções hiperbólicas para achar os seguintes limites:

    (a) $\lim_{x \to \infty} \sinh(x)$;

    (b) $\lim_{x \to \infty} \tanh(x)$;

    (c) $\lim_{x \to \infty} sech(x)$;

    (d) $\lim_{x \to \infty} cotanh(x)$.

12. Encontre a deribada. Simplifique quando possível.

    (a) $f(x) = e^x \sinh(x)$;

    (b) $f(x) = \tanh(ax)$, $a \neq 0$;

    (c) $f(x) = \coth(1 + x^2)$;

    (d) $f(x) = \sinh(\cosh(x))$;

    (e) $f(x) = e^{x \cosh(x)}$;

    (f) $f(x) = \sqrt[4]{\dfrac{1 + \tanh(x)}{1 - \tanh(x)}}$;

(g) $f(x) = x \sinh^{-1}(\frac{x}{3}) - \sqrt{9+x^2}$.

13. Se uma corda de complimento L se move à velocidade v em um corpo de àgua de profundidade d, então

$$v = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}$$

em que g é a aceleração da gravidade. Explique por que a aproximação

$$v = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$$

é adequada para aguas profundas.

14. Uma linha de telefone é pendurada entre dois postes separados $14m$, na forma da catenária $y = 20\cosh(x/20) - 15$, em que x e y são medidos em metros.

   (a) Encontre a inclinação dessa curvaonde se encontra o poste a direita

   (b) Encontre o ângulo θ entre a reta tangente e o poste.(**Dica faça um desenho da situação proposta**).

Revisão Secção 3

15. Calcule $y^{'}$.

$$a)y = cos(tgx) \qquad\qquad b)y = e^{\cos(x)} + \cos(e^x)$$

16. Suponha que $h(x) = f(x)g(x)$ e $F(x) = f(g(x))$, onde $f(2) = 3$, $g(2) = 5$, $g^{'}(2) = 4$, $f^{'}(2) = -2$ e $f^{'}(5) = 11$. Encontre

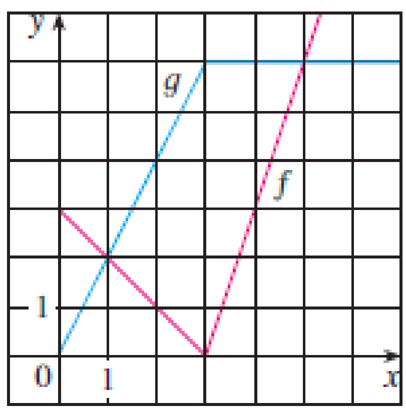
$$a)h^{'}(2) \qquad\qquad b)F^{'}(2).$$

17. Se f e g forem as funções cujos gráficos estão a seguir, seja $P(x) = f(x)g(x)$, $Q(x) = f(x)/g(x)$ e $C(x) = f(g(x))$. Encontre

$$a)P^{'}(2) \qquad\qquad b)Q^{'}(2) \qquad\qquad c)C^{'}(2).$$

18. Encontre $h^{'}$ em termos de $f^{'}$ e $g^{'}$.

$$h(x) = \frac{f(x)g(x)}{f(x) + g(x)}.$$



19. (a) Encontre uma equação da reta tangente à curva $y = e^x$ que seja paralela à reta x-4y=1.
    (b) Encontre uma equação da tangente à curva $y = e^x$ que passe pela origem.

20. Expresse o limite como uma derivada e calcule-o

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^{17} - 1}{x - 1}.$$