Lista de exercícios de SMA-333 - Cálculo III - Prof. Valdir Menegatto #7

1. Nos itens abaixo, encontre o intervalo de convergência da série dada.

$$1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2^2}+\frac{x^3}{2^3}+\cdots \qquad 1-\frac{x}{5}+\frac{x^2}{5^2}-\frac{x^3}{5^3}+\cdots \qquad 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\cdots$$

$$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots \qquad 1-2x+4x^2-8x^3+\cdots \qquad 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots$$

$$1-x+\frac{x^2}{\sqrt{2}}-\frac{x^3}{\sqrt{3}}+\frac{x^4}{\sqrt{4}}+\cdots \qquad \frac{x}{3}+\frac{2x^2}{3^2}+\frac{3x^3}{3^3}+\cdots+\frac{nx^n}{3^n}+\cdots$$

$$\frac{x}{b}+\frac{x^2}{2b^2}+\frac{x^3}{3b^3}+\cdots+\frac{x^n}{nb^n}+\cdots \quad (b>0) \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}x^{2k}}{k^2}$$

$$(x-2)+\frac{(x-2)^2}{\sqrt{2}}+\frac{(x-2)^3}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}+\cdots \qquad \sum_{k=0}^{\infty}\frac{k!x^k}{3^k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(4z)^k}{10^k}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty}\frac{x^k}{\ln k} \qquad \sum_{k=0}^{\infty}\frac{k^k}{k!}(7x)^k \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(k+2)(5t-1)^k}{k^2} \qquad \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(y-2)^k}{4^k\sqrt{k+1}}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(t+10)^k}{3^k+2^k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}2^{k-1}(z-1)^{4(k-1)} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(3x)^{k!}}{k} \qquad \sum_{k=0}^{\infty}\frac{e^k(x-\pi)^k}{k!}$$

2. Encontre os valoes de x para os quais cada uma das séries abaixo converge.

$$\sum_{k=0}^{\infty}(x^2-2x+2)^k \qquad \sum_{k=100}^{\infty}k^k(2x-3)^k \qquad \sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(\dfrac{3x-4}{x}\right)^k}{2^k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(x^2-4)^k}{10^k}$$

3. Nos itens abaixo a função f é definida por uma série de potências. Determine o raio de convergência de cada uma. Determine ainda a série de potências para $\int f(x)dx$ e $f'(x)$, verificando que os raios de convergência das três séries é o mesmo.

$$f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}x^k \quad f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^kx^{2k} \quad f(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{10^kx^k}{k(k+1)} \quad f(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2^k(x-3)^k}{k}$$

$$f(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k} \qquad f(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k^2} \qquad f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^kx^{2k+1}}{(2k+1)!} \qquad f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

4. Obtenha uma série de potências para $f(x)=(1-x^2)^{-1}$. Qual é o intervalo de convergência da série?

5. Obtenha uma série de potências para $f(x)=\ln(1+x)$. Determine o intervalo de convergência da série. Calcule $\ln 1.1$ com pelo menos 3 casas decimais exatas.

6. Obtenha uma série de potências para $f(x)=(1000+x^3)^{-1}$. Qual é o intervalo de convergência da série?