Lista de exercícios de SMA-333 - Cálculo III - Prof. Valdir Menegatto #5

1. Nos itens abaixo, use o teste da raíz ou da razão para determinar se a série dada converge ou diverge. Se estes testes não funcionarem, use algum outro para resover o problema.

$$1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\cdots \qquad \frac{1}{4}+\frac{4}{4^2}+\frac{7}{4^3}+\frac{10}{4^4}+\cdots \qquad \frac{2}{1!}+\frac{4}{2!}+\frac{6}{3!}+\cdots$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}}+\frac{3^2}{5}+\frac{3^3}{5\sqrt{5}}+\cdots \qquad \frac{1}{4}+\frac{1.2}{4.8}+\frac{1.2.3}{4.8.12}+\cdots \qquad 7+\frac{7^2}{11}+\frac{7^3}{11^2}+\frac{7^4}{11^3}+\cdots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{100k}}{k!} \qquad \frac{1}{1/2}+\frac{4}{2.5}+\frac{16}{3.10}+\cdots+\frac{4^{n-1}}{n(n^2+1)}+\cdots \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k!}{10^{3k}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(k+1)^2e^{k+2}}{\sqrt{k}\,3^{k+1}} \qquad 1+2r+r^2+2r^3+r^4+\cdots(0<r<1) \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(k+1)!}{(k+2)!}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^k}{k!} \qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{\ln^k k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(k^2+1)10^{k-1}}{(k^2+k)5^{k+2}} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{4^k k!}{k^k}$$

2. Verifique que a sequência $\{r^n/n!\}$ converge para 0, independentemente do valor de r. Sug: Use séries.

3. Mesmo que $1 > a_{k+1}/a_k$ para todo k, a série de termos positivos $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ pode convergir ou divergir. Isto contradiz o teste da razão?

4. Este resultado é uma generalização do teste da razão. Tente justificá-lo. Mesmo não conseguindo, você está autorizado a utilizá-lo se assim desejar. Assuma que $a_k > 0$ para todo $k \geq 1$. Se existir um número $\rho < 1$ e um inteiro n tal que $a_{k+1} < \rho a_k$ para $k \geq N$ então a série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ converge.

5. Se $a_k > 0$ para todo k e existe um inteiro positivo N tal que $a_{k+1} \geq a_k$ para todo $k \geq N$ então a série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ diverge. Tente se convencer disto.

6. Determine se as séries abaixo convergem.

$$1-\frac{1}{4}+\frac{1}{7}-\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{3n-2}+\cdots \qquad -1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^6}-\cdots+\frac{(-1)^n}{2^{2(n-1)}}+\cdots$$

$$2-\frac{3}{2}+\frac{4}{3}-\frac{5}{4}+\cdots+(-1)^{n-1}(1+1/n)+\cdots \qquad \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^n\frac{4^k}{k^2} \qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k}\ln k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{k\ln k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k k}{k^2+1} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k^2-2k+3} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k(k-2)}{k^2+3}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}\sqrt{k^2+1}}{k^{3/2}} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}(2k-1)}{100(2k+1)} \qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}\ln k}{k^r} \quad (1\leq 2r<2)$$