Lista de exercícios de SMA-333 - Cálculo III - Prof. Valdir Menegatto #4

1. Encontre o termo geral S_n da sequência das somas parciais da série
$$\frac{1}{1.3.5}+\frac{1}{3.5.7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}+\cdots$$
Calcule a soma da série.

2. Encontre uma fórmula fechada para calcular
$$S_n := r+2r^2+3r^3+\cdots+nr^n$$
(Sug: multiplique os dois lados da igualdade por r e subtraia!!). Deduza que a série $\sum_{k=1}^{\infty} kr^k$ converge se e somente se $|r|<1$. No caso de convergência, encontre o valor da série.

3. Nos itens abaixo decida se a série converge ou diverge.
$$1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\cdots \qquad \frac{1}{1.3}+\frac{1}{2.4}+\frac{1}{3.5}+\cdots \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2^k}{3^k+4} \qquad \frac{1}{5}+\frac{1}{9}+\frac{1}{13}+\cdots$$
$$\frac{2}{1^2}+\frac{3}{2^2}+\frac{4}{3^2}+\cdots \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k(2k-1)} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2k+1}{k}e^{-k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{k^2+10^3}$$
$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{3^k}{4^k}|\cos k| \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{7k^2+11}{k^3+k^2+1} \qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{k\ln^2 k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{(2k+1)(5k-1)(7k-3)}$$
$$\sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{\ln^2 k} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{3^k}{k^2} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sqrt{k}}{(k+100)^{3/2}} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^{3/2}+3k^{1/2}}{3k^2+5k-1} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\operatorname{sen}\frac{\pi}{2k}$$
$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{7^{k+10}}{2^{3k}} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{10^{k-2}}{3^k5^{k+1}} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(k+2)(k+4)(k+6)}{k^{3/2}(k+1)(k+3)} \qquad \frac{\ln 3}{1^2}+\frac{\ln 4}{2^2}+\frac{\ln 5}{3^2}+\cdots$$
$$\frac{1^{3/2}}{1.3.5}+\frac{2^{3/2}}{5.7.9}+\frac{3^{3/2}}{9.11.13}+\cdots \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}\sqrt{k^2+3k+8}}$$

4. Use exclusivamente o teste da integral para analisar a convergência das séries abaixo:
$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2}{k^3+10^3} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{k^2+13} \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\ln k}{k^2}$$

5. Se a série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ converge e cada a_k é positivo então a série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2$ converge. Justifique isso.

6. Se a série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ converge e cada a_k é positivo então a série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k(1+a_k)^{-1/2}$ também converge. Justifique isso.

7. A série $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-1}\operatorname{tgh} k$ converge ou diverge? Porque?

8. Estabeleça a convergência ou divergência da série $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-1}(\sqrt{k+3}-\sqrt{k})$.