

## Terceira lista de exercícios da disciplina SMA0353- Cálculo I

### Exercícios da Seção 2.5

- Um estacionamento cobra \$ 3 pela primeira hora ou fração, e \$ 2 por hora sucessiva, ou fração, até o máximo diário de \$ 10.
  - Esboce o gráfico do custo do estacionamento como função do tempo decorrido;
  - Discuta a descontinuidade da função e seu significado para alguém que use o estacionamento.

- Use a definição de continuidade e propriedades dos limites para demonstrar que a função é contínua em um dado número  $a$ :

$$h(t) = \frac{2t - 3t^2}{1 + t^3}, \quad a = 1.$$

- Explique por que a função é descontínua no número  $a = 3$ . Esboce o gráfico da função:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3} & , x \neq 3 \\ 6 & , x = 3 \end{cases}$$

- A força gravitacional exercida pela Terra sobre uma unidade de massa a uma distância  $r$  do centro do planeta é

$$F(r) = \begin{cases} \frac{GMr}{R^3} & , r < R; \\ \frac{GM}{r^2} & , r \geq R. \end{cases}$$

onde  $M$  é a massa da Terra;  $R$  é o seu raio; e  $G$  é a constante gravitacional.  $F$  é uma função contínua de  $r$ ?

- Quais das seguintes funções  $f$  têm uma descontinuidade removível em  $a$ ? Se a descontinuidade for removível, encontre uma função  $g$  que seja igual a  $f$  para  $a \neq a$  e seja contínua em  $a$ .

- $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x - 1}, \quad a = 1;$

(b)  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x - 2}$ ,  $a = 2$ ;

(c)  $f(x) = |\sin(x)|$ ,  $a = \pi$ ;

6. Use o teorema do valor intermediário para mostrar que existe uma raiz da equação

$$\sqrt[3]{x} = 1 - x,$$

no intervalo  $(0, 1)$ .

7. Demonstre que a função

$$f(x) = \begin{cases} x^4 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

é contínua em  $(-\infty, \infty)$ .

### Exercícios da Seção 2.6

8. (a) O gráfico de  $y = f(x)$  pode interceptar uma assíntota vertical? E uma assíntota horizontal? Ilustre com gráficos.  
(b) Quantas assíntotas horizontais pode ter o gráfico de  $y = f(x)$ ? Ilustre com gráficos as possibilidades.
9. Esboce o gráfico de um exemplo de uma função  $f$  que satisfaça a todas as condições dadas

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \quad .$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

10. Calcule o limite e justifique cada passagem indicando a propriedade apropriada dos limites.

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{12x^3 - 5x + 2}{1 + 4x^2 + 3x^3}}$ ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$ ;

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx} \right).$

11. Encontre as assíntotas horizontais e verticais de cada curva. Confira seu trabalho por meio de um gráfico da curva e das estimativas das assíntotas.

$$y = \frac{x^3 - x}{x^2 - 6x + 5}.$$

12. (a) Use o teorema do confronto para determinar  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$ ;

(b) Faça um gráfico de  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ . Quantas vezes o gráfico cruza a assíntota?

13. Encontre  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  se, para todo  $x > 1$ ,

$$\frac{10e^x - 21}{2e^x} < f(x) < \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}.$$

14. (a) Um tanque contém 5000 litros de água pura. Água salgada contendo 30g de sal por litro de água é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 25l/m. Mostre que a concentração de sal depois de  $t$  minutos (em gramas por litro) é

$$C(t) = \frac{30t}{200 + t};$$

- (b) O que acontece com a concentração quando  $t \rightarrow \infty$ ?