Lista de exercícios de SMA-333 - Cálculo III - Prof. Valdir Menegatto #3

1. Encontre a soma das séries convergentes dadas abaixo:

$$3+\frac{3}{8}+\frac{3}{8^2}+\cdots+\frac{3}{8^{n-1}}+\cdots \qquad -1+\frac{1}{4}-\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\cdots+(-1)^n\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}+\cdots$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{(\sqrt{3})^n}+\cdots \qquad 3,272727... \qquad 0,012012012...$$

$$1+x^2+x^4+\cdots+x^{2(n-1)}+\cdots \quad \text{onde} \quad 0\le x^2<1$$

$$(xy)^2+(xy)^3+\cdots+(xy)^{n+1}+\cdots \quad \text{onde} \quad |xy|<1$$

2. Nos itens abaixo, S_n representa a n-ésima soma parcial da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Encontre a_n e decida se a série converge. Se convergir, determine sua soma.

$$S_n=\frac{n}{n+1} \qquad S_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right) \qquad S_n=\frac{n}{3(2n+3)} \qquad S_n=\frac{(-1)^n}{3n}$$

$$S_n=5+(-1)^n \qquad S_n=\ln(n+1) \qquad S_n=\frac{1-x^{3n}}{1-x^3} \quad (-1<x<1)$$

3. Decida se as séries abaixo convergem. Encontre, se puder, as somas daquelas convergentes.

$$1+\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\cdots \qquad 1-\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^3+\cdots \qquad \frac{2}{1}+\frac{3}{2}+\frac{4}{3}+\frac{5}{4}+\cdots$$

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8\sqrt{8}}+\frac{1}{8^2}+\frac{1}{8^2\sqrt{8}}+\cdots \qquad \frac{1}{1}+\frac{2}{6}+\frac{3}{11}+\frac{4}{16}+\frac{5}{21}+\cdots \qquad 1-2x+4x^2-8x^3+\cdots$$

$$r+r^5+r^9+r^{13}+\cdots \qquad 1+\frac{1}{1+k^2}+\frac{1}{(1+k^2)^2}+\frac{1}{(1+k^2)^3}+\cdots$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{1}{4^k}+\frac{1}{(-3)^k}\right] \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^k}+\frac{1}{3^k}\right) \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{k}\right) \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cosh k}{k^4+1}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{5^k+3^k}{7^k} \qquad \frac{1}{1.5}+\frac{1}{5.9}+\frac{1}{9.13}+\cdots+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}+\cdots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos k}{k^2+\operatorname{sen}^2 k} \qquad \frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}+\cdots$$

4. Deixa-se uma bola cair de uma altura de α metros acima do solo. O impacto da bola com o solo não é perfeitamente elástico, de modo que a bola retorna a uma altura de $2\alpha/3$ metros após o primeiro impacto, a uma altura de $4\alpha/9$ metros após o segundo impacto e assim sucessivamente. Encontre a distância total percorrida pela bola até o repouso.

5. Construa um exemplo onde $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ diverge mas a série $(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+\cdots$ converge. Qual é a sua conclusão sobre este fenômeno?