Lista de exercícios de SMA-333 - Cálculo III - Prof. Valdir Menegatto #1

1. Decida se as sequências cujos termos gerais são dados abaixo, são limitadas e/ou monótonas:

$$\frac{10}{n} \qquad \frac{1}{3n} \qquad \frac{(-1)^n}{n} \qquad \frac{n+1}{n}$$

$$\frac{2n-3}{n} \qquad \frac{3n+5}{n} \qquad \frac{n^2+3}{n^2} \qquad \ln\frac{n}{n+1}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right)^n \qquad \left(\frac{-1}{\pi}\right)^n \qquad \frac{2n-1}{2n+1} \qquad \frac{5^n+1}{5^n}$$

$$\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} \qquad \frac{e^n}{n} \qquad n^2e^{-n} \qquad \frac{\operatorname{senh} n}{n}$$

$$\frac{\ln 5n}{n} \qquad \frac{n+3\sqrt{n}}{n} \qquad \sqrt{n+1}-\sqrt{n} \qquad n\operatorname{sen}\frac{1}{n}$$

$$\int_n^{n+1}\frac{1}{t}dt \qquad \int_n^{n+1}\frac{1}{t^2}dt \qquad \frac{1+2+\cdots+n^2}{n^2} \qquad \frac{1+3+\cdots+(2n-1)}{n^3}$$

2. Decida se a sequência $\{a_n\}$ dada por

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n}}$$

é limitada. Justifique.

3. Considere a sequência $\{a_n\}$ dada por

$$a_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Comprove que existe pelo menos um número real R tal que $a_n \leq R$, $n = 1, 2, \ldots$. Qual é o menor número R que satisfaz esta condição??

4. Seja $\{a_n\}$ uma sequência crescente. Verifique que a sequência $\{b_n\}$ dada por

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

é também crescente.

5. Se $a_n = n/e^n$, encontre números reais r e R de modo que $r \leq a_n \leq R$, $n = 1, 2, \ldots$. Justifique como encontrou estes números.

6. Ratifique que a sequência $(n+2)^{1/(n+2)}$ é decrescente.

7. Ratifique que a sequência $\{5^n/n!\}$ é decrescente quando consideramos $n \geq 5$.

8. Se c e d são números reais tais que $d > c > 0$ então a sequência $\{(c^n + d^n)^{1/n}\}$ é limitada e monótona. Ratifique isso.