9ª Lista de Exercícios de SMA-301 Cálculo 1

Eugenio Massa

Hôpital e Polinômio de Taylor

1. Calcule os seguintes limites usando a regra de L'Hôpital (se possível e necessário):

   $(a)\ \lim_{x\to 0} \frac{x}{1-e^x}$ $\quad (b)\ \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{e^{3x}}$ $\quad (c)\ \lim_{x\to+\infty} \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{x}}{\arctan\frac{1}{x}}$ $\quad (d)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{3\cos x}{2x-\pi}$ $\quad (e)\ \lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right)$

   $(f)\ \lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x - \operatorname{sen} x}$ $\quad (g)\ \lim_{x\to 0^+} x e^{\frac{1}{x}}$ $\quad (h)\ \lim_{x\to-\infty} \frac{2^x}{e^x}$ $\quad (i)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi-2x)^2}$ $\quad (j)\ \lim_{x\to 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$

   $(k)\ \lim_{x\to 0^+} \operatorname{sen} x \ln x$

2. Calcule os seguintes limites (indeterminação 0^∞ e ∞^0)

   (a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{x^2+1}\right)^x$ $\quad (b)\ \lim_{x\to 0^-}(1-\cos x)^{\frac{1}{x}}$ $\quad (c)\ \lim_{x\to 0^+} x^{\operatorname{sen} x}$ $\quad (d)\ \lim_{x\to+\infty}(x^2+1)^{\frac{1}{\ln x}}$

   $(e)\ \lim_{x\to 0^+}(\sin(x))^{\frac{1}{\ln x}}$ $\quad (f)\ \lim_{x\to+\infty}(Ch(x))^{\frac{1}{\ln x}}$

3. Engenheiros freqüentemente usam a aproximação $\operatorname{sen} x \approx x$ para valores pequenos de x. Explique por que.

4. Qual função afim ($f(x) = ax + b$) é uma boa aproximação para a função $\sqrt{x}$ em uma vizinhança de 1?

5. Suponha que f é derivável em x_0 e seja

   $$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

   a função afim que aproxima $f(x)$ para x próximo de x_0. Mostre que o erro nesta aproximação se aproxima de 0 quando $x \to x_0$, isto é,

   $$\lim_{x\to x_0}[f(x) - L(x)] = 0.$$

Gabarito

Exercício 1 a) -1, b) 0, c) 1, d) $-3/2$, f) 2, g) $+\infty$, h) $+\infty$, k) 0.
Exercício 2 a) 0, c) 1, d) e^2, e) e, f) $+\infty$