

Lista n.8

1. Encontre os pontos críticos das funções dadas:

$$(a) f(x) = x^3 + 7x^2 - 5x \quad (b) f(x) = x^{7/3} + x^{4/3} - 3x^{1/3} \quad (c) f(t) = (t^2 - 4)^{2/3} \quad (d) h(x) = \frac{x-3}{x+7}$$

$$(e) g(x) = [\text{sen}(3x)]^2 \quad (f) f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad (g) h(z) = ze^{2z}$$

2. Ache os pontos de máximo e de mínimo (locais e globais) das funções dadas, nos intervalos indicados.

$$(a) f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4; \quad [-2, 1] \quad (b) f(x) = x|x-2|; \quad [0, 3]$$

$$(c) g(x) = x^2 + \frac{2}{x}; \quad [\frac{1}{2}, 2] \quad (d) g(x) = \sqrt{9-x^2}; \quad [-1, 2]$$

$$(e) h(x) = \frac{4}{(x-3)^2}; \quad [2, 5] \quad (f) f(x) = \sqrt{|x|}; \quad [-1, 2]$$

3. Um campo retangular à margem de um rio deve ser cercado, com exceção do lado ao longo do rio. Se o custo do material for de R\$12,00 por metro linear no lado paralelo ao rio e de R\$8,00 por metro linear nos dois extremos, ache o campo de maior área possível que possa ser cercado com R\$3.600,00 de material.

4. Ache as dimensões do cilindro circular reto de maior volume que possa ser inscrito num cone circular reto com um raio de 5 cm e 12 cm de altura.

5. Ache as dimensões do maior jardim retangular que pode ser fechado com 100 m de cerca.

6. As dimensões de um retângulo de área máxima com base no eixo x e vértices superiores sobre a parábola $y = 12 - x^2$ pertencem ao intervalo:

$$(a) [2, 5] \quad (b) [0, 3] \quad (c) (3, 7] \quad (d) [4, 9) \quad (e) [0, 6)$$

7. Verifique se as hipóteses do teorema do valor médio estão satisfeitas pelas funções abaixo nos intervalos indicados. Ache, então, um valor c que satisfaça a conclusão do teorema do valor médio.

$$(a) f(x) = x^2 + 2x - 1; \quad [0, 1]$$

$$(b) f(x) = x^3 + x^2 - x; \quad [-2, 1]$$

$$(c) f(x) = x^{2/3}; \quad [0, 1]$$

8. Seja $c \in \mathbb{R}$ constante. Use o teorema de Rolle para provar que a equação $x^3 + 2x + c = 0$ não pode ter mais do que uma raiz real.

9. Faça o seguinte para as funções f abaixo (obs: dependendo do caso alguns dos pontos não dará para fazer):

- (i) explicita o domínio da f ;
- (ii) determine os zeros da f e os intervalos onde f é positiva e/ou negativa;
- (iii) determine os intervalos onde f é crescente e/ou decrescente;
- (iv) ache os pontos de máximo e mínimo locais de f ;
- (v) determine, se possível, onde f é côncava para cima e para baixo e destaque os pontos de inflexão;
- (vi) determine as assíntotas;
- (vii) faça um esboço do gráfico de f .

$$(a) f(x) = x^3 - 12x + 1 \quad (b) f(x) = \frac{x^3}{1+x^4} \quad (c) f(x) = 2 \cos(3x) \quad (d) f(x) = \frac{x}{x^2+4}$$

$$(e) f(x) = \frac{x^2+4}{x} \quad (f) f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (g) f(x) = \frac{2}{x^2+3}$$

$$(h) f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} \quad (i) f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} \quad (j) f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{|1-x^2|}}$$

$$(k) f(x) = \frac{x^2}{2x+5} \quad (l) f(x) = \frac{1}{x-1} - x \quad (m) f(x) = x^4 - x^2 \quad (n) f(x) = \sqrt{|x^2-2|}$$

10. Encontre o ponto sobre a reta $y = 4x + 7$ que está mais próximo da origem.
11. Encontre o ponto sobre a parábola $x + y^2 = 0$ que está mais próximo do ponto $(0, -3)$.
12. Considere o gráfico da função $f : [-2, 3/2] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ e o ponto P de coordenadas $(0, 3/2)$:
 - a) encontre o ponto A pertencente ao gráfico, que tenha distância máxima de P ;
 - b) encontre o ponto B pertencente ao gráfico, que tenha distância mínima de P .

GABARITO

Exercício 1 e) $x = k\pi/6, k \in \mathbb{Z}$ g) $z = -1/2$

Exercício 2:

- (a) -2 mín (global), -1 máx (local), 0 mín (local), 1 máx, (global).
- (b) 0 e 2 mínimos (globais), 1 máx (local), 3 máx (global).
- (c) 1 mín (global), $1/2$ máx (local), 2 máx (global).
- (d) 2 mín (global), -1 mín (local), 0 máx, (global).
- (f) -1 máx (local), 2 máx (global), 0 mín (global).