

Derivada de função inversa

1. Seja $f(x) = x + e^x$ e seja g a função inversa de f . Mostre que $g'(x) = \frac{1}{1 + e^{g(x)}}$. Calcule $g'(1)$ e $g''(1)$.
2. Seja f uma função de domínio $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, dada pela lei $f(x) = x + \sin(x)$.
Verifique que (definindo de maneira oportuna o contradomínio) f é invertível, e calcule a derivada de f^{-1} nos pontos $0, \frac{\pi+2}{2}$ e $\frac{\pi+2\sqrt{2}}{4}$.

Derivadas de ordem superior

3. Calcule a derivada segunda
(a) $y = e^{-x} - e^{-2x}$ (b) $y = e^{-x} \cos 2x$ (c) $y = \frac{\text{sen}(3x)}{e^x}$ (d) $f(x) = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$ (e) $y = xe^{\frac{1}{x}}$
4. Determine f', f'' e f''' para (a) $f(x) = 5x^2 - \frac{1}{x^3}$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = 4x^4 + 2x$
5. Calcule e esboce os gráficos de f, f' e de f'' , onde $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \leq 1 \\ 5x - 1, & x > 1 \end{cases}$
6. Determine a derivada de ordem n de:
(a) $f(x) = \cos x$ (b) $f(x) = e^{-x}$ (c) $f(x) = \ln(x)$
7. Calcule a derivada segunda de (a) $x \text{sen}$ (b) $x \ln x$ (c) $x^{10} + \frac{1}{x^3}$ (d) $e^x \cos x$
8. Determine a derivada de
(a) $y = x \arctg(x)$ (b) $g(x) = \arccos(x^3)$ (c) $y = \cos(\arcsen x)$ (d) $y = \frac{x \arctg x}{\cos(2x)}$

Derivada de funções definidas por partes

9. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{se } x < 1 \\ 2x + 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$
(a) Mostre que f é derivável em $p = 1$ e calcule $f'(1)$
(b) Esboce o gráfico de f .
10. Para que valores de x a função $f(x) = x|x|$ é diferenciável? Encontre uma fórmula para f' .
11. Em cada item abaixo
(i) Esboce o gráfico (excetuado ponto f)
(ii) Determine se f é contínua em x_1 dado
(iii) Determine se f é derivável em x_1 dado
(a) $g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}; x_1 = 0$ (b) $h(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x < 0 \\ x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}; x_1 = 0$
(c) $f(x) = |x - 3|; x_1 = 3$ (d) $g(x) = \begin{cases} x + x^2 & \text{se } x > -1 \\ 0 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}; x_1 = -1$
(e) $h(x) = \sqrt[3]{x}; x_1 = 0$ (f) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 2}; x_1 = 0$
12. Considere a função: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-3} & \text{se } x \leq 1, \\ L + Mx & \text{se } x > 1. \end{cases}$
(a) Encontre todos os valores L e M tais que f seja contínua.
(b) Encontre todos os valores L e M tais que f seja derivável em todo $x \in \mathbb{R}$.
(d) Esboce o gráfico de f

GABARITO

Exercício 1 $g'(1) = 1/2, g''(1) = -1/8$

Exercício 2: $1/2, 1, \frac{2}{\sqrt{2}+2}$

Exercício 10 $f'(x) = 2|x|$