

**6ª Lista de Exercícios de SMA-353 Cálculo 1**

*Eugenio Massa*

**Derivadas 1**

1. Calcule  $f'(p)$ , pela definição, para as  $f$  e os  $p$  a seguir:  
(a)  $f(x) = x^2 + x$  e  $p = 1$       (b)  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $p = 1$       (c)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  e  $p = 2$   
(d)  $f(x) = 2x^3 - x^2$  e  $p = 1$
2. Determine a equação da reta tangente em  $(p, f(p))$ , para as  $f$  e os  $p$  a seguir:  
(a)  $f(x) = x^2$  e  $p = 2$       (b)  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $p = 2$       (c)  $f(x) = \sqrt{x}$  e  $p = 9$   
(d)  $f(x) = x^2 - x$  e  $p = 1$   
Esboce os gráficos, em cada caso acima, de  $f$  e da reta tangente.
3. (\*) Calcule  $f'(x)$  pela definição:  
(a)  $f(x) = e^x$       (b)  $f(x) = \ln(x)$       (c)  $f(x) = \sin(x)$       (d)  $f(x) = \cos(x)$       (e)  $f(x) = x$   
(f)  $f(x) = x^2 + x$       (g)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$       (h)  $f(x) = 3x - 1$       (i)  $f(x) = 7$       (l)  $f(x) = \frac{x}{x+1}$
4. (\*) Seja  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ . Encontre  $f'(p)$  para  $p \neq 0$  e mostre que  $f'(0)$  não existe.
5. Dê exemplo, por meio de um gráfico, de uma função  $f$ , definida e derivável em  $\mathbb{R}$ , tal que:  
(a)  $f'(1) = 0$   
(b)  $f'(x) > 0$  para todo  $x$   
(c)  $f'(0) < f'(1)$   
(d)  $f'(x) > 0$  para  $x < 1$  e  $f'(x) < 0$  para  $x > 1$   
(e)  $f'(x) > 0$  para  $x < 0$ ,  $f'(x) < 0$  para  $0 < x < 2$  e  $f'(x) > 0$  para  $x > 2$   
(f)  $f'(0) = f'(1) = 0$
6. Dê exemplo, por meio de um gráfico, de uma função  $f$  definida e contínua em  $\mathbb{R}$ , tal que  $f'(1)$  não exista.
7. Seja  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{se } x < 1 \\ 2x + 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$   
(a) Mostre que  $f$  é derivável em  $p = 1$  e calcule  $f'(1)$   
(b) Esboce o gráfico de  $f$ .
8. Seja  $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$   
(a) Esboce o gráfico de  $f$   
(b)  $f$  é derivável em  $p = 0$ ? Em caso afirmativo, calcule  $f'(0)$ .
9. Para que valores de  $x$  a função  $f(x) = x|x|$  é derivável? Encontre uma fórmula para  $f'$ .
10. Verifique se as funções abaixo são deriváveis em  $p = 0$ .  
(a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$       (b)  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 2x & \text{se } x < 0 \end{cases}$       (c)  $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ -x^3, & x > 0 \end{cases}$

11. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in \mathbb{Q} \\ -x^2, & x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Determine  $f'(0)$ , se existir.

12. Em cada item abaixo

- (i) Esboce o gráfico (excetuado ponto f)
- (ii) Determine se  $f$  é contínua em  $x_1$  dado
- (iii) Determine se  $f$  é derivável em  $x_1$  dado

$$(a) g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}; x_1 = 0$$

$$(b) h(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x < 0 \\ x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}; x_1 = 0$$

$$(c) f(x) = |x - 3|; x_1 = 3$$

$$(d) g(x) = \begin{cases} x + x^2 & \text{se } x > -1 \\ 0 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}; x_1 = -1$$

$$(e) h(x) = \sqrt[3]{x}; x_1 = 0$$

$$(f) f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 2}; x_1 = 0$$

13. Calcule  $f'(x)$ , sabendo que  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função tal que

$$|f(x) - f(t)| \leq |x - t|^2 \quad \forall x, t \in \mathbb{R}.$$

14. Sejam  $f, g$  funções definidas em  $\mathbb{R}$ , com  $g$  contínua em 0 e tais que

$$f(x) = xg(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Mostre que  $f$  é derivável em 0.

15. Calcule  $f'(x)$  sendo  $f$  dada por

$$(a) f(x) = x^{100} \quad (b) f(x) = \frac{1}{x^7} \quad (c) f(x) = x^{-3} \quad (d) f(x) = \sqrt[9]{x} \quad (e) f(x) = \sqrt[9]{x}$$

16. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  no ponto de abscissa 1. Esboce os gráficos de  $f$  e da reta tangente.

17. Determine a equação da reta tangente a  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  no ponto de abscissa 1. Esboce os gráficos.

18. Seja  $r$  a reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \frac{1}{x}$  no ponto de abscissa  $p$ . Verifique que  $r$  intercepta o eixo  $x$  no ponto de abscissa  $2p$ .

19. Determine a reta tangente ao gráfico de  $f(x) = x^2$  e paralela à reta  $y = 4x + 2$ .

20. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \ln x$  no ponto de abscissa 1, e no ponto de abscissa  $e$ . Esboce os gráficos.

21. Calcule  $f'(x)$  sendo (a)  $f(x) = \pi^x$  (b)  $f(x) = 7^x$  (c)  $f(x) = \log_3 x$  (d)  $f(x) = \log_{\sqrt{2}} x$

22. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \operatorname{tg} x$  no ponto de abscissa 0, e no ponto de abscissa  $\pi/4$ . Esboce os gráficos.

## GABARITO

**Exercício 8** b)  $f'(0) = 0$

**Exercício 9**  $f'(x) = 2|x|$

**Exercício 10** a) sim, b) não, c) sim.

**Exercício 13**  $f'(x) = 0$

**Exercício 16**  $y = 1 - 2(x - 1)$

**Exercício 17**  $y = 1 + (x - 1)/3$

**Exercício 19:**  $y = 4x - 4$ .

**Exercício 20:**  $y = x - 1$  e  $y = x/e$ .

**Exercício 22:**  $y = x$  e  $y = 2x - \pi/2 + 1$ .