

Lista n.5

**Exercício 1** Para o  $M$  dado, calcule um  $\delta > 0$  tal que  $f(x) > M$  para todo  $x$  no domínio da função, tal que  $0 < |x - p| < \delta$ .

- a)  $f(x) = \frac{1}{(x+3)^2}$ ;  $M = 100$ ;  $p = -3$ ;  
 b)  $f(x) = -\log_{10}(x)$ ;  $M = 100$ ;  $p = 0$ ;

**Exercício 2** Para o  $M$  dado, calcule um  $H$  tal que  $f(x) > M$  para todo  $x > H$ .

- a)  $f(x) = x^3$ ;  $M = 100$ ;  
 b)  $f(x) = \log_{10}(x)$ ;  $M = 4$ ;

**Exercício 3** Para o  $\varepsilon$  dado, calcule um  $H > 0$  tal que  $|f(x) - L| < \varepsilon$  para todo  $x > H$ .

- a)  $f(x) = \frac{x^2}{(x+3)^2}$ ;  $L = 1$ ;  $\varepsilon = 0.1$ ;  
 b)  $f(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^x$ ;  $L = 0$ ;  $\varepsilon = 0.0001$ ;

**Exercício 4** Demonstre, utilizando a definição, que:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 100}{10 - x} = -3$     (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-6} = 0$     (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 2x + 1 = +\infty$     (d)  $\lim_{x \rightarrow 10^-} \frac{x^2 - 1}{x - 10} = -\infty$

**Exercício 5** Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6 - 7x + 3}{4x^6 + x + 5}$     (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^4 + 1}{x^5 + 6x + 1}$     (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{6x + 1}$   
 (d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{x^4 + 6x - 1}}{\sqrt{3x^2 + 4x + 1}}$     (e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 7}$     (f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+5})$

**Exercício 6** Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - x}{5 + 3x}$     (b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{x^2 + 3})$     (c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - 2})$   
 (d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x^2 + x}$     (e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + 4}{x^2 + x}$     (f)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 6}{x^2 + 4x - 5}$   
 (g)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$     (h)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{7x^2 - 5}{1 - x^2}$     (i)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}^2 x}{x^4 - x^3}$

**Exercício 7** Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1}{x}$     (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin(x))}{e^x - 1}$     (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^4} - 1}{x^2}$     (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} - 1}{e^{\cos(x)-1} - 1}$   
 (e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \sin \frac{\cos(x)}{1 + \pi^2}$     (f)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{\frac{1}{x}}$     (g)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{\frac{1}{x^2}}$     (h)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

**Exercício 8** Encontre todas as assíntotas (horizontais, verticais ou oblíquas) das seguintes funções:

(a)  $\frac{x^2 + x}{x - 1}$     (b)  $\frac{x^5 + x^4 + 1}{2x^4 + 1}$     (c)  $\frac{x^5 + x^4 + 1}{x^3 - 1}$     (d)  $\frac{2x + 3}{x - 2}$   
 (e)  $\sqrt[3]{2 + 8x^2}$     (f)  $\sqrt[3]{2 + 8x^3}$     (g)  $e^{\frac{1}{x}}$

**Exercícios sobre as propriedades das funções contínuas**

**Exercício 9** Seja  $f(x) = x^5 + x + 1$ . Mostre que  $f$  admite pelo menos uma raiz no intervalo  $[-1, 0]$ .

**Exercício 10** Mostre que a equação  $x^3 - \frac{1}{1 + x^4} = 0$  admite pelo menos uma raiz real.

**Exercício 11** (\*) Seja  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  uma função contínua. Mostre que existe  $x_0 \in [0, 1]$  tal que  $f(x_0) = x_0$ .

**NOTA:** Os exercícios marcados com (\*) serão feitos na sala de aula, estão na lista para que depois vocês refaçam sozinhos.

GABARITO

- Exercício 5:** (a)  $\frac{1}{2}$  (b) 0 (c)  $\frac{1}{6}$  (d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (e) 0 (f) 0
- Exercício 6:** (a)  $-\frac{1}{3}$  (b)  $+\infty$  (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $+\infty$  (e)  $+\infty$  (f)  $-\infty$  (g)  $+\infty$  (h)  $+\infty$  (i)  $-\infty$
- Exercício 7:** (a) 1 (b) 1 (c) 0 (d)  $-\frac{2}{3}$  (e) 0 (f)  $e$
- Exercício 8:** (a) AV  $x = 1$ , AO  $y = x + 2$ ; (b) AO  $y = (x + 1)/2$ ; (c) AV  $x = 1$ ; (d) AV  $x = 2$ , AH  $y = 2$ ;  
(e) não tem; (f) AO  $y = 2x$ ; (h) AV  $x = 0$ , AH  $y = 1$ ;