

Lista n.2

Exercício 1 Dê o domínio natural das funções

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \frac{x-1}{x^2+x}; & \text{b) } f(x) &= \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}; & \text{c) } f(x) &= \sqrt{x(2-3x)}; & \text{d) } f(x) &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}; \\ \text{e) } f(x) &= \sqrt{x} - \sqrt{5-2x}; & \text{f) } f(x) &= \sqrt{x-\sqrt{x}}; & \text{g) } f(x) &= \ln\left(\frac{\sqrt{\pi x^2 - (1+\pi^2)x + \pi}}{-2x^2 + 3\pi x}\right). \end{aligned}$$

Exercício 2 Um retângulo está inscrito numa circunferência de raio r dado. Expresse a área A do retângulo em função de um dos lados do retângulo.

Exercício 3 Verifique se cada função abaixo é par, ímpar, ou periódica.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \text{sen}(-x) & \text{b) } f(x) &= \frac{|2x+1|}{2x+1} & \text{c) } f(x) &= \text{sen} \frac{1}{x} & \text{d) } f(x) &= x \text{sen} \frac{1}{x} \\ \text{e) } f(x) &= x^2 \text{sen} \frac{1}{x} & \text{f) } f(x) &= x + \frac{x}{|x|} & \text{g) } f(x) &= -(1-x)^2 & \text{g) } f(x) &= |x+2| - |-x-2|. \end{aligned}$$

Exercício 4 Dadas as funções $f(x)$ e $g(x)$, defina as funções $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$, f/g e g/f e determine o domínio da função resultante:

$$(a) f(x) = x - 5; g(x) = x^2 - 1 \qquad (b) f(x) = \sqrt{x}; g(x) = x^2 + 1$$

Exercício 5 Dadas as funções $f(x)$ e $g(x)$, defina as funções compostas $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e determine o domínio da função resultante:

$$(a) f(x) = x - 2; g(x) = \frac{1}{x+7} \qquad (b) f(x) = \sqrt{x-2}; g(x) = x^2 - 2$$

Exercício 6 Esboce o gráfico das funções abaixo e determine seu domínio natural. Feito isso, pelo gráfico, procure (quando possível) determinar sua imagem, se são sobrejetoras, injetoras ou bijetoras (sendo \mathbb{R} o contradomínio), se são crescentes ou decrescentes, se limitadas ou não-limitadas.

$$\begin{aligned} (a) f(x) &= 3x - 1 & (b) f(x) &= x^2 - 1 & (c) f(x) &= 3tg(x) \\ (d) f(x) &= 4 - |x| & (e) f(x) &= \sqrt{4-2x} & (f) f(x) &= \cos(4x) \\ (g) f(x) &= \begin{cases} 2x-1 & \text{se } x \neq 2 \\ 0 & \text{se } x = 2 \end{cases} & (h) f(x) &= \begin{cases} -2 & \text{se } x \leq 3 \\ 2 & \text{se } x > 3 \end{cases} & (i) f(x) &= \begin{cases} x-2 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^2+1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \\ (m) f(x) &= 3^{2x} & (n) f(x) &= \ln\left(\frac{x}{2} + 1\right) & (o) f(x) &= |\ln(|x|)| \end{aligned}$$

Exercício 7 O produto de duas funções pares $f, g : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é par? O que dizer do produto de duas funções ímpares? E do produto de uma função par por uma ímpar?

Exercício 8 Se $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são ambas pares, verifique que $f \circ g$ e $g \circ f$ são funções pares. Mostre também que, se f e g são ambas ímpares, então $f \circ g$ e $g \circ f$ são ímpares. O que se pode dizer das composições $f \circ g$ e $g \circ f$ se f for par e g for ímpar?

GABARITO

Exercício 1: a) $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \text{ e } x \neq -1\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} : x < -3 \text{ ou } x \geq 0\}$; c) $0, \frac{2}{3}$; d) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ e } x \neq 1\}$; e) $0, \frac{5}{2}$; f) $\{0\} \cup [1, +\infty[$; g) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \setminus \{-1, 1\}$; h) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < \frac{1}{\pi} \text{ ou } \pi < x < \frac{3\pi}{2}\}$.

Exercício 2 $A = x\sqrt{4x^2 - x^2}$.

Exercício 3 c) ímpar; d) par; f) ímpar; g) nada

Exercício 6 : a) bijet, (estrit) crescente, ilimitada; c) sobrejetora, ilimitada, (OBS não é crescente!!); d) limitada apenas para cima: $Im(f) = (-\infty, 4]$; e) $Dom = (-\infty, 2]$, $Im(f) = [0, \infty)$, (estrit) decrescente, limitada apenas para baixo; i) (estrit) crescente, ilimitada, injetora; n) (estrit) crescente, bijetora, ilimitada

Exercício 5: a) $(g \circ f)(x) = x - 4$ com domínio $[2, +\infty)$

b) $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x+5}$ com domínio $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -5\}$

$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x+7} - 2$ com domínio $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -7\}$